



RETyCA

Revista de Tecnología y Ciencias Aplicadas

Volumen 8, No. 2

ISSN: 2524-9487

Julio de 2025

SECUENCIA DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE DERIVADA DE UNA FUNCIÓN UTILIZANDO SOFTWARE DINÁMICO EN EL MARCO DE LA TEORÍA APOE

Mónica A. Arguello, Carlos G. Herrera

EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE PROCEDIMIENTOS GENERALES MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DE LAS CÁTEDRAS ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA DE PRIMER AÑO DE INGENIERÍA

María I. Cisterna Fernández, Carlos G. Herrera

PROPUESTA DIDÁCTICA DE EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS EN LA CARRERA INGENIERÍA EN INFORMÁTICA DE LA FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS DE LA UNCA

Carola Victoria Flores

SECUENCIA DIDÁCTICA SOBRE SECCIONES CÓNICAS A TRAVÉS DE OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE EN EL MARCO DE LA TEORÍA DE LOS DIFERENTES ESTILOS DE APRENDIZAJE

Claudio A. Veron, Carlos G. Herrera



RETyCA

Vol. 8 - Número 2

JULIO de 2025

ISSN 2524 -9487

FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS

Universidad Nacional de Catamarca

EDITOR

DIRECTOR

Mgtr. María Alejandra Barrera

CODIRECTOR

Dra. Ivanna Maricruz Lazarte

COMITÉ EDITOR

Dra. Erlinda del V. Ortiz

Mgtr. Carlos Gabriel Rosa Herrera

Dr. Fernando Torres

Dr. Cristian Ignacio Bevacqua

Mgtr. Marcos Darío Aranda

Mgtr. Ángel Omar Paris

Dra. Nancy Eugenia Nieva

ASISTENTES DE EDICIÓN

Ing. Paola I. Beltramini

Mgtr. Sofía Gabriela Gómez

COMITÉ ASESOR EN CONOCIMIENTO ABIERTO

Mgtr. Maria Vanesa Doria

Mgtr. Carola Victoria Flores

RETyCA
(Revista de Tecnología y Ciencias Aplicadas)

FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA

Vol. 8 - Número 2

Julio de 2025

ISSN 2524 -9487

Publicación en Open Access - Acceso abierto



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial- CompartirIgual 4.0 Internacional.

©Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca, Maximio Victoria 55 (4700) San Fernando del Valle de Catamarca - República Argentina.

Tapa y Diseño Interior: Guillermo Blanco
Impreso en Argentina - Printed in Argentina
Queda hecho el depósito que marca la ley N° 11.723
Av. Belgrano 300 - Edif. Pab. 1 Variante I - Planta Alta - Predio Universitario
C.P. 4700 - San Fernando del Valle de Catamarca - Provincia de Catamarca
República Argentina

ÍNDICE

SECUENCIA DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE DERIVADA DE UNA FUNCIÓN UTILIZANDO SOFTWARE DINÁMICO EN EL MARCO DE LA TEORÍA APOE

Mónica Adriana Arguello, Carlos Gabriel Herrera

Página 7

EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE PROCEDIMIENTOS GENERALES MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DE LAS CÁTEDRAS ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA DE PRIMER AÑO DE INGENIERÍA

María Inés Cisterna Fernández, Carlos Gabriel Herrera

Página 25

PROPUESTA DIDÁCTICA DE EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS EN LA CARRERA INGENIERÍA EN INFORMÁTICA DE LA FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS DE LA UNCA

Carola Victoria Flores

Página 43

SECUENCIA DIDÁCTICA SOBRE SECCIONES CÓNICAS A TRAVÉS DE OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE EN EL MARCO DE LA TEORÍA DE LOS DIFERENTES ESTILOS DE APRENDIZAJE

Claudio Ariel Veron, Carlos Gabriel Herrera

Página 59

INDEX

**DIDACTIC SEQUENCE OF THE CONCEPT OF THE DERIVATIVE OF A FUNCTION USING
DYNAMIC SOFTWARE WITHIN THE FRAMEWORK OF THE APOS THEORY**

Mónica Adriana Arguello, Carlos Gabriel Herrera

Page 7

**EVALUATION OF THE DEVELOPMENT OF GENERAL MATHEMATICAL PROCEDURES IN
STUDENTS OF THE ALGEBRA AND ANALYTICAL GEOMETRY COURSES IN THE FIRST
YEAR OF ENGINEERING**

María Inés Cisterna Fernández, Carlos Gabriel Herrera

Page 25

**TEACHING PROPOSAL FOR COMPETENCY BASED ASSESSMENT IN THE COMPUTER
ENGINEERING DEGREE AT THE FACULTY OF TECHNOLOGY AND APPLIED SCIENCES OF
UNCA**

Carola Victoria Flores

Page 43

**DIDACTIC SEQUENCE ABOUT CONICAL SECTIONS THROUGH THE USE OF VIRTUAL
LEARNING OBJECTS IN THE FRAME OF THE THEORY OF THE DIFFERENT LEARNING
STYLES**

Claudio Ariel Veron, Carlos Gabriel Herrera

Page 59

PRÓLOGO
VOLUMEN 8 – Nº 2 – AÑO 2025
EDICIÓN ESPECIAL DE “RESÚMENES DE TESIS DE POSGRADO
ÁREA: EDUCACIÓN EN INGENIERÍA”

Nos complace presentar el segundo número especial del Volumen 8 de la *Revista de Tecnología y Ciencias Aplicadas (RETyCA)*, una edición dedicada a visibilizar la producción académica desarrollada por los docentes-investigadores de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca, quienes aquí comparten los aspectos más relevantes de sus tesis de posgrado.

Esta edición forma parte de la convocatoria *Edición Especial Publicación de Tesis de Posgrado: Línea Educación en Ingeniería* y complementa el número ya publicado bajo la línea Ciencia y Tecnología, completando así un valioso panorama de las investigaciones recientes realizadas por docentes de nuestra institución. Los trabajos aquí reunidos abordan problemáticas vinculadas con las prácticas de enseñanza, la formación profesional, la innovación curricular, el desarrollo de competencias y los desafíos pedagógicos que atraviesan hoy la educación en disciplinas tecnológicas.

Con esta entrega, *RETyCA* reafirma su compromiso con la construcción colectiva del conocimiento y el fortalecimiento de la comunidad académica local. La publicación de estas tesis no solo permite visibilizar el esfuerzo sostenido de nuestros docentes-investigadores en su formación de posgrado, sino también contribuir a la mejora continua de nuestras propuestas educativas y a la reflexión sobre nuestras prácticas. Apostar a la formación de posgrado —y a su difusión— es apostar a una universidad más sólida, con capacidad crítica y vocación transformadora.

El Comité Editorial agradece a las autoridades de la Facultad por el respaldo institucional, a los autores por su generosa participación y a los evaluadores por su valioso aporte.

Invitamos a los lectores a recorrer estas páginas, confiando en que los trabajos aquí compartidos serán de interés para quienes investigan, enseñan, aprenden o, simplemente, desean conocer más sobre los desafíos actuales y las transformaciones en la educación en ingeniería.

Mgter. María Alejandra Barrera
Dir. Comité Editorial
RETyCA
Fac. de Tecnología y C. A.
Universidad Nacional de Catamarca

SECUENCIA DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE DERIVADA DE UNA FUNCIÓN UTILIZANDO SOFTWARE DINÁMICO EN EL MARCO DE LA TEORÍA APOE

Mónica Adriana Arguello, Carlos Gabriel Herrera**

** Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas – UNCA*

DIDACTIC SEQUENCE OF THE CONCEPT OF THE DERIVATIVE OF A FUNCTION USING DYNAMIC SOFTWARE WITHIN THE FRAMEWORK OF THE APOS THEORY

RESUMEN: El proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial en el nivel superior presenta dificultades en la comprensión de los estudiantes, especialmente el concepto de derivada de una función en un punto. Las evidencias sobre investigaciones y nuestra experiencia en la Cátedra de Análisis Matemático I de las Carreras de Ingenierías de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCA reflejan que los estudiantes logran un dominio aceptable de los algoritmos algebraicos para calcular límites y derivadas, pero difícilmente comprenden el significado de estos procedimientos. El objetivo general del presente trabajo es diseñar una secuencia didáctica en el proceso de aprendizaje del concepto derivada de una función utilizando como herramienta de apoyo el software dinámico GeoGebra en el marco de la teoría APOE. Para llevar a cabo la implementación de la propuesta se trabajó en cinco aspectos del proceso de enseñanza aprendizaje: clases teóricas y prácticas, talleres de resolución de problemas, actividades con GeoGebra y uso del aula virtual. Se espera con la implementación de la propuesta didáctica que el alumno logre comprender el concepto derivada de una función en un punto, desde el marco de la teoría APOE utilizando como herramienta de visualización el software dinámico GeoGebra.

Palabras claves: Derivada, visualización, geogebra, apoe, calculo.

ABSTRACT: The process of teaching and learning Differential Calculus at the higher education level presents difficulties in student comprehension, especially the concept of the derivative of a function at a point. Evidence from research and our experience in the Chair of Mathematical Analysis I in the Engineering programs at the Faculty of Technology and Applied Sciences of UNCA shows that students achieve an acceptable mastery of algebraic algorithms for calculating limits and derivatives, but they rarely understand the meaning of these procedures. The main objective of this work is to design a didactic sequence in the learning process of the concept of the derivative of a function, using the dynamic software GeoGebra as a supporting tool within the framework of the APOS theory. To implement the proposal, five aspects of the teaching-learning process were addressed: theoretical and practical classes, problem-solving workshops, activities with GeoGebra, and the use of the virtual classroom. The implementation of the didactic proposal aims for students to understand the concept of the derivative of a function at a point, within the framework of APOS theory, using the dynamic software GeoGebra as a visualization tool.

Keywords: Derivate, visualization, geogebra, apos, calculus.

INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial en el nivel superior se enfrenta a un problema generalizado ya que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de sus ideas básicas, especialmente las relacionadas con el concepto de derivada de una función en un punto.

En este sentido diversas investigaciones confirman estas dificultades en la comprensión del concepto en estudiantes ingresantes al nivel universitario, como ser las siguientes:

Urquieta, Carrillo Andrade y Soto Andrade [1] analizan el aprendizaje del concepto de derivada según el modelo APOE (Acción – Proceso – Objeto – Esquema) y resultados salientes muestran que, si el concepto de derivada en un punto no es

comprendido a nivel de Acción, los estudiantes tienen dificultades para extenderlo y transitar a un nivel superior de comprensión e interpretar el concepto geoméricamente. En el mismo sentido [2] detectan la tendencia a reducir el concepto de derivada a las operaciones algebraicas en desmedro de lo conceptual. Berry y Nyman [3], confirman que al comienzo de la actividad los estudiantes demuestran una visión simbólica algebraica del cálculo y les resulta difícil establecer conexiones entre las gráficas de una función derivada y la función misma. Estos trabajos tienen en común el diagnóstico, en diferentes contextos de las dificultades en la comprensión de la derivada, como un concepto matemático más que una serie de secuencias algebraicas.

Respecto a propuestas didácticas para el concepto

Derivada de una Función, [4] elabora una secuencia que involucre al software GeoGebra para el tratamiento del Cálculo Diferencial. [5] proporcionan el marco para la enseñanza para la comprensión (EpC), llegando a la construcción de la descomposición genética del concepto de derivada y a la definición de los niveles de comprensión del esquema de la derivada en las dos dimensiones definidas: gráfica y analítica. Por su parte, [1] para indagar el aprendizaje construido usaron el modelo cognitivo APOE propuesto por [6].

En referencia a investigaciones que fueron realizadas en el marco de la teoría APOE, [2] analizaron los niveles de comprensión del concepto derivada, cuyos resultados más importantes muestran una tendencia en alumnos a interpretar la derivada en términos del proceso algorítmico y también como dependencia de la expresión algebraica de la función. Por otra parte, se hicieron evidentes las dificultades para transitar de la gráfica de la función hacia la gráfica de la función derivada.

En [1] consideraron el aprendizaje del concepto de derivada según el modelo APOE y resultados salientes mostraron que, si el concepto de derivada en un punto no es comprendido a nivel de Acción, los estudiantes tienen dificultades para extenderlo y transitar a un nivel superior de comprensión e interpretar el concepto geoméricamente. Además, tienen dificultades de comprensión cuando deben discriminar entre proposiciones falsas y verdaderas enunciadas sobre propiedades de la derivada relacionadas con la monotonía y la concavidad de una función.

En [7], se analizó en base a la teoría APOE la comprensión gráfica del concepto de derivada y consideran que los estudiantes cuyo curso se basó en el análisis teórico del aprendizaje propuesto pueden haber tenido más éxito en el desarrollo de una comprensión gráfica de una función y sus derivadas, que los estudiantes de los cursos tradicionales.

En [8], se afirma que la comprensión de la noción de derivada presenta dificultades para los estudiantes. Detectan tres ámbitos en que se desarrolla la comprensión de la noción de derivada. El primero ocurre en la relación entre los conceptos básicos de razón de cambio y cociente incremental, que dan forma a la derivada de una función en un punto; el segundo en los sistemas de representación, cuya integración origina una dimensión necesaria para el desarrollo de la comprensión; el tercero en la relación entre la

derivada de una función en un punto y la función derivada y el operador derivada. [9], presentan y analizan un fenómeno que se observa en los libros de texto colombianos de física de Bachillerato cuando se introduce la velocidad. Dichos textos usan una notación (incremental y diferencial) que pone las bases de un conflicto semiótico causado por la introducción implícita de la velocidad instantánea como función, en la definición de la velocidad instantánea en un instante t_0 .

Estos antecedentes sobre las dificultades de interpretación de conceptos del cálculo de una variable y en particular el de derivada de una función en un punto o función derivada también son observados en las evaluaciones parciales o finales que se realizan a los alumnos de la Cátedra Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas. La experiencia en la Cátedra refleja que los estudiantes, al terminar de cursar la asignatura, en general, logran un dominio aceptable de los algoritmos algebraicos para calcular límites y derivadas, pero difícilmente comprenden el significado de estos procedimientos. En base a los resultados de las evaluaciones parciales se observaron las dificultades que los alumnos presentan con respecto al concepto de pendiente de la recta tangente en un punto aplicando la definición y en encontrar la ecuación de la misma, en otros casos no realizan de manera correcta la gráfica de la función, es decir los alumnos no coordinan la parte analítica con la gráfica. Incluso no logran reconocer las ideas asociadas al concepto de derivada en la resolución de problemas elementales relacionados con la rapidez de la variación de la posición respecto del tiempo, a pesar de que en problemas de este tipo se encuentra la esencia de este concepto.

Objetivo General

De acuerdo a lo descrito precedentemente se plantea como objetivo de este trabajo:

- Proponer una secuencia didáctica en el proceso de aprendizaje del concepto derivada de una función en un punto utilizando como herramienta de apoyo el software dinámico GeoGebra en el marco de la teoría APOE.

Objetivos Específicos

- Proponer una descomposición genética del concepto derivada en el marco de la teoría APOE.

- Diseñar aplicativos matemáticos (Applets) utilizando software dinámico GeoGebra que permitan la visualización del concepto Derivada de una Función en un punto.
- Diseñar actividades que permitan aplicar el concepto de Derivada de una Función en un punto a problemas relacionados con la formación de Ingenieros.

MARCO TEÓRICO

Teoría APOE

Esta investigación está fundamentada en la teoría APOE, Dubinsky y McDonald [10] toman como base la epistemología genética de Piaget. Según [11], esta teoría nace al estudiar el mecanismo de entendimiento de la Abstracción Reflexiva piagetiana, que se refiere a la reflexión sobre las acciones y procesos que se efectúan desde un objeto de conocimiento. El proceso de investigación, en esta teoría, conlleva el realizar un modelo cognitivo mediante el cual un estudiante puede construir un concepto matemático, llamado descomposición genética. Esta consiste en una hipótesis, sobre una descripción detallada de las construcciones que los estudiantes pueden hacer para aprender un concepto. La descomposición genética se pone a prueba con los estudiantes y los datos que se obtienen, se pueden emplear para refinarla, a fin de dar cuenta de mejor manera de las construcciones de los estudiantes al aprender dicho concepto [10], y también se puede utilizar como una guía, en el diseño de material didáctico. En ese sentido, el conocimiento matemático de un individuo, es su tendencia a responder a las situaciones problemáticas, reflexionando sobre ellas y construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizarlos en esquemas, a fin de manejar las situaciones, Dubinsky, citado por [12]. Se mencionan las estructuras mentales denominadas: acción, proceso, objeto y esquema, que constituyen la parte primordial de esta teoría.

Acción. Consiste en la transformación física o mental de un objeto que es percibida por el individuo como externa y se realiza como una reacción a sugerencias que proporcionan detalles de los pasos a seguir [11]. Cabe recalcar que la construcción de acciones viene a ser crucial al inicio de la construcción de un concepto.

Proceso. Cuando una acción se repite y el individuo reflexiona sobre ella, puede interiorizarse en un proceso. Es decir, se realiza una construcción

interna que ejecuta la misma acción en la mente del individuo, empero ahora, no necesariamente dirigida por un estímulo externo [11].

Objeto. Cuando un individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, toma conciencia del proceso como un todo, realiza aquellas transformaciones (ya sean acciones o procesos) que pueden actuar sobre él, y puede construir de hecho esas transformaciones, entonces está pensando en este proceso como un objeto. En este caso se dice que el proceso ha sido encapsulado en un objeto [11].

Esquema. Con respecto al logro del último nivel, se puede afirmar que un esquema para un concepto en matemática, es una colección coherente de acciones, procesos y objetos y otros esquemas relacionados entre sí, consciente o inconscientemente en la mente de un individuo, que se pueden utilizar en una situación problemática, que tiene relación con ese concepto matemático [13]. La coherencia, se refiere a que el estudiante puede decidir si alguna situación matemática se puede trabajar utilizando el esquema.

Procesos cognitivos

A continuación se definen en el marco de la Teoría APOE, los mecanismos mentales que se consideran importantes en la construcción y desarrollo conceptual dentro del pensamiento matemático avanzado.

Según [10], hay cinco tipos de abstracciones reflexivas que permiten dar lugar a las construcciones mentales descritas anteriormente, las cuales son: la interiorización, la coordinación, la encapsulación, la generalización y la reversión. La interiorización se da cuando un individuo repite una serie de acciones que le permiten crear una estructura mental sobre un procedimiento para resolver un problema, sin embargo el individuo no cae en cuenta de dicha estructura, sino que inconscientemente establece una serie de pasos los cuales realiza uno a la vez sin percatarse de estos como un proceso.

Por lo tanto, el proceso de interiorización de acciones en proceso debería convertirse en el puente que permite ir de una primera construcción mental (acción) hacia otra de un nivel más sofisticado (proceso). Ordinariamente, muchas de las actividades que se desarrollan para que los estudiantes aprendan conceptos matemáticos no contemplan el paso de una construcción mental a otra. Es decir, que no están diseñadas teniendo en cuenta el desarrollo cognitivo de los estudiantes,

por el contrario se muestran desconectadas entre sí y lo que propician es la memorización de técnicas y algoritmos que permiten solucionar un tipo concreto de ejercicios, pero que no llegan a interiorizarse en procesos.

La coordinación se refiere a la capacidad de establecer relaciones entre dos o más procesos de manera que se pueda generar un nuevo proceso a través de las relaciones lógicas establecidas.

La encapsulación consiste en una reflexión acerca de la serie de acciones y procesos empleados para responder a un problema de manera que se consideran como un todo, es decir, se llega a algo estático.

La desencapsulación es el proceso inverso de la encapsulación e incluye a la generalización y reversión. En este tipo de abstracción se descompone el objeto encapsulado y se cae en cuenta de las acciones y procesos que permitieron comprenderlo como un todo.

Cuando un sujeto aprende a aplicar un esquema ya existente a una gran colección de fenómenos, se dice que el esquema ha sido generalizado. Esto puede ocurrir porque el sujeto se da cuenta de la mayor aplicabilidad del esquema. De igual forma, esto también puede ocurrir cuando un proceso es encapsulado en un objeto [10].

Descomposición genética

Esta teoría propone la búsqueda de la reflexión por parte de los individuos a la hora de aprender y comprender los conceptos matemáticos más que la memorización acrítica de técnicas y algoritmos independientemente del grado de sofisticación que tengan estos, [14]. La descomposición genética según [14], es el eje de la aplicación de la teoría APOE en estudios sobre la comprensión de objetos matemáticos porque permite estructurar el concepto matemático, orienta la organización del contenido a enseñar y el diseño de actividades y tareas que contribuyan a la construcción de las estructuras que se busca que los estudiantes desarrollen. Además es el punto de partida para la construcción de unidades didácticas.

En [11], plantean que la descomposición genética de un concepto matemático es un conjunto estructurado de constructos mentales, los cuales pueden describir cómo el concepto puede ser desarrollado en la mente del individuo.

[15] señalan que la descomposición genética introduce al profesor en una reflexión epistemológica y didáctica del concepto, que permite, cuestionar y mejorar la comprensión

que tiene del concepto, usar y organizar dicho conocimiento en la estructuración de la enseñanza del mismo, orientar el aprendizaje de los estudiantes hacia los procesos de construcción y reconstrucción de los conceptos matemáticos que espera que sus estudiantes desarrollen.

Gimenez y Machin, [16], sugieren que para la elaboración de una propuesta de una descomposición genética determinada, se considera que la comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales, previamente contruidos, para formar acciones; entonces las acciones se interiorizan para formar procesos, los cuales se encapsulan para formar objetos.

A su vez los objetos pueden ser desencapsulados hacia los procesos a partir de los cuales fueron formados. Finalmente las acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en esquemas. Las construcciones son las Acciones, los Procesos, los Objetos y los Esquemas, mientras que los mecanismos para hacer esas construcciones son las siguientes: interiorización, coordinaciones, reversiones, encapsulaciones y desencapsulaciones. En definitiva, con los conceptos de acción, proceso, objeto, esquema y los mecanismos de construcción se describe lo que se denomina la descomposición genética de un concepto.

En el estudio que se muestra, la descomposición genética será un pilar fundamental puesto que permitirá hacer un análisis teórico del objeto matemático, y activará la reflexión por parte de los docentes en función de mejorar y orientar su actuación en las aulas de clases desde el punto de vista cognitivo y didáctico.

En un principio, son los investigadores quienes proponen, basados en su experiencia en el aula, una descomposición genética del concepto por estudiar; posteriormente, a través de la propia investigación, dicha descomposición se refina de modo que explique de mejor manera, la forma en que aprenden los estudiantes cuando trabajan con un concepto matemático. “Es importante aclarar que no existe una descomposición genética única, ya que esta depende de la formulación que ha hecho el investigador. Pueden coexistir varias descomposiciones genéticas del mismo concepto”, según afirma [13, p8]. Lo que importa es que cualquier descomposición genética, sea un instrumento que dé cuenta del comportamiento observable del sujeto.

METODOLOGÍA

Implementación

Las actividades propuestas se desarrollaran en la Cátedra de Análisis Matemático I correspondiente al Primer Año de las carreras de Ingeniería en Electrónica, Agrimensura, Informática y Minas de la Facultad de Tecnología y Cs. Aplicadas.

La labor docente en la enseñanza y aprendizaje presenta algunas dificultades en el proceso, resaltando la instrucción simultánea de muchos alumnos, en el caso de primer año de ingeniería se cuenta con una masa de alumnos de aproximadamente 180 ingresantes y un promedio de 60 alumnos recursantes.

Las clases teóricas (4 horas semanales) se desarrollan no solo con la presentación de los temas curriculares netamente, sino en conjunto con ejemplos prácticos, esto no solo estimula y facilita el uso de múltiples formas de conocimiento sino que hace evidente que no siempre existe una única solución correcta aunque todos los caminos conducen a la misma conclusión. En las clases prácticas (2 horas semanales) se evidencia el trabajo en grupo, lo que promueve el tipo de actividades colaborativas, estimula el intercambio, el debate y los trabajos conjuntos entre los alumnos como fuente de conocimiento donde el profesor es parte del mismo y es quien guía este proceso.

Para llevar a cabo la implementación de la propuesta se formulan las siguientes actividades:

- Rediseñar guías de trabajos prácticos con problemas de aplicación a la Ingeniería donde se aplique el concepto de derivada de una función.
- Proponer actividades con Geogebra para visualizar el concepto de derivada.
- Desarrollar actividades de autoevaluación en el aula virtual utilizando la plataforma Moodle.
- Implementar Talleres Teórico - Prácticos.

En esta fase de implementación se trabajará en cinco aspectos del proceso de enseñanza aprendizaje.

SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICO GEOGEBRA

Generalidades

GeoGebra es un software libre que permite la construcción y manipulación de construcciones geométricas en el plano como en el espacio. En pantalla se pueden observar simultáneamente

diferentes ventanas que corresponden a la vista geométrica, la vista algebraica y también se puede anexar una planilla de cálculos. Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, segmentos, vectores, permitiendo también el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas e integrales. El carácter dinámico de este aplicativo permite modificar parámetros y observar los respectivos resultados de ello tanto en la vista geométrica como algebraica.

El software de matemáticas dinámicas de código abierto y multiplataforma [17] trata de combinar la facilidad del uso del software de geometría dinámica con la versátil posibilidad de los sistemas de álgebra computacional. La idea básica del software es articular la geometría, el álgebra, y el cálculo, en un único paquete fácil de usar para aprender y enseñar matemáticas desde la primaria hasta la universidad.

GeoGebra puede ayudar a los estudiantes a captar el aprendizaje experimental, orientado a problemas y orientado a la investigación de matemáticas, tanto en el aula como en el hogar. Los estudiantes pueden utilizar simultáneamente un Sistema de Álgebra Computacional (CAS) y un Sistema de Geometría Dinámica (DGS), al hacer esto, pueden aumentar sus habilidades cognitivas de la mejor manera.

Londoño [18] hace referencia a la realización de gráfica de funciones, estudio del criterio de la primera y segunda derivada para hallar puntos críticos. Este proyecto se realizó usando la tecnología computacional, específicamente con el software GeoGebra. Para la propuesta se diseñaron hojas de trabajo en las cuales los alumnos interactuaban simultáneamente con ellas y con el software, responden preguntas, analizan los resultados que obtienen para establecer una conjetura respecto a los conceptos mediante la visualización de máximos y mínimos de una función, y posteriormente los alumnos logren interpretar geométricamente la derivada.

En [19] buscan mejorar la comprensión del concepto de derivada mediante una propuesta metodológica que involucre mecanismos de tipo visual-geométrico, para optimizar la integración de los conceptos matemáticos interactuando con el software GeoGebra. La relación existente entre la derivada como un límite y la tasa de variación media, permitirá la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente a la

curva y su posterior generalización

Descripción de las vistas gráfica y algebraica de Geogebra

La característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la *Vista Algebraica* (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. Todos los objetos que se incorporan en la zona gráfica le corresponderán una expresión en la ventana algebraica y viceversa. (Ver Figura 1).

A continuación se describen las dos presentaciones de cada objeto matemático en su vista algebraica y su vista gráfica.

En la vista gráfica pueden realizarse construcciones geométricas, empleando las herramientas de construcción disponibles en la barra de herramientas. Todo objeto creado en la vista gráfica, tiene también su correspondiente representación en la vista algebraica.

Desde la barra de estado de Geogebra pueden ingresarse directamente expresiones algebraicas, que aparece en la Vista Algebraica y, automáticamente, su representación en la Vista Gráfica. Por ejemplo, al ingresar $f(x) = x^2$ aparece la función cuadrática en la vista algebraica y el gráfico de la parábola en la vista gráfica.

En la vista algebraica, se distinguen los objetos matemáticos libres de los dependientes. Es libre todo nuevo objeto creado sin emplear ninguno de los ya existentes, y recíprocamente, será dependiente, el que deriva de alguno previo. En ese sentido [20] afirma: *La visualización que es posible con el software dinámico Geogebra permite al estudiante ver y explorar relaciones y conceptos matemáticos que fueron difícil de “mostrar” antes de la tecnología. El objetivo de usar GeoGebra es proporcionar un entorno para la exploración activa de estructuras matemáticas a través de múltiples representaciones, o para mostrar a los estudiantes algunos aspectos de las matemáticas que no son posibles con lápiz y papel.* [20, p. 193]

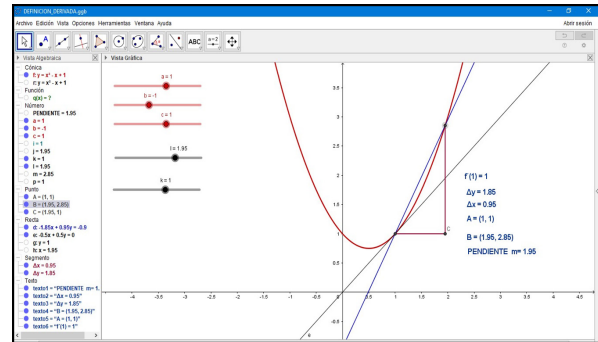


Figura 1. Vista algebraica y geométrica de GeoGebra.

Descripción de los aplicativos diseñados

Derivada de una función en un punto con Geogebra

Se describen en este capítulo dos aplicativos de elaboración propia de la derivada de una función en un punto los cuales se diseñaron con el objetivo de facilitar la comprensión del concepto a través de la visualización que permite el software dinámico Geogebra. Estos aplicativos de elaboración propia se denominan APPLETS.

Este aplicativo dinámico (Figura 2) permite mediante los deslizadores de color rojo modificar los coeficientes a , b y c de la función cuadrática y los deslizadores negros corresponden a los puntos i , k que son los que definen la recta secante a la gráfica de la función. Se puede observar en la pantalla los coeficientes Δy y Δx ; cuando el coeficiente Δx tiende a cero (se desplaza el punto k hacia el punto i para obtener la recta tangente a la curva en i como el límite de la recta secante que pasa por los puntos i , k) y así el valor de la pendiente de la recta secante se acerca a $f'(k)$, es decir a la derivada de la función en un punto. Con este aplicativo se puede observar como la recta secante se aproxima a la recta tangente cuando el punto k se aproxima a i , con lo cual el alumno puede visualizar el concepto de pendiente de la recta tangente en un punto. (Figura 2). Este applet busca lograr en el alumno la interpretación del concepto de derivada de una función en un punto, la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto como el límite del cociente incremental $\Delta y/\Delta x$ cuando Δx tiende a cero.

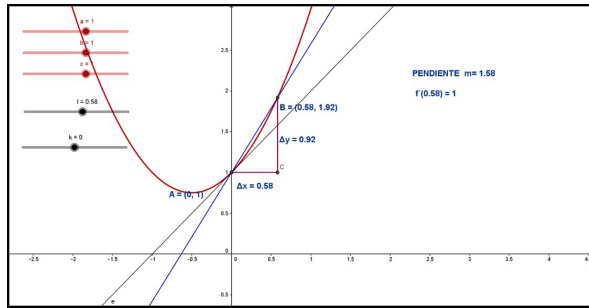


Figura 2. Vista Geométrica de Geogebra del concepto Derivada de una Función en un punto.

Comportamiento de una función y su derivada con Geogebra

El segundo aplicativo diseñado permite visualizar una función cúbica y su función derivada, los puntos críticos de la función, los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente.

Los deslizadores en azul a, b, c y d describen una función cúbica, y el deslizador que corresponde al valor de k representa la abscisa del punto donde se quiere encontrar la recta tangente, este deslizador es dinámico ya que a medida que el valor de k se mueve la recta tangente varía en cada punto de la gráfica de la función. En la parte inferior se observan los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función cubica, de acuerdo al signo de la derivada. La visualización dinámica de la recta tangente permite identificar los puntos donde la derivada es positiva, donde la derivada es negativa y donde la derivada es nula. (Figura 3) De esa manera a través de una secuencia de tareas que el alumno debe realizar, se puede determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ de acuerdo al signo de la derivada, asimismo se pueden determinar gráficamente los puntos donde la derivada $f'(x)$ es nula, en correspondencia con los puntos críticos de la función $f(x)$.

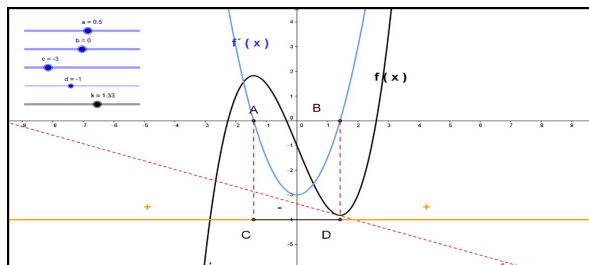


Figura 3. Vista Geométrica de Geogebra sobre el comportamiento de una Función y su Derivada.

PROPUESTA DIDÁCTICA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

Fase de Planeación

Identificación del problema

El problema consiste en la interpretación del concepto de derivada. Las dificultades que se observan con respecto al concepto de pendiente de la recta tangente en un punto muestran que algunos alumnos encuentran la pendiente de la recta tangente aplicando la definición y su ecuación, pero no realizan correctamente la gráfica de la función y la recta tangente en el punto dado; y en otros casos determinan correctamente la pendiente de la recta tangente pero no obtienen la ecuación de la recta, ya que no advierten que dado el valor de $x = a$ pueden encontrar $f(a)$ para determinar la ecuación de la recta; en otros casos no determinan correctamente la pendiente de la recta tangente aplicando la definición.

Se observa una falta de coordinación entre los caminos algebraico y gráfico de la definición de derivada de una función en un punto, de acuerdo a la descomposición genética que se describe en este capítulo.

Con respecto al concepto de derivabilidad de una función en un punto los alumnos logran identificar los valores donde no es derivable la función pero no justifican correctamente su respuesta y en otros casos no reconocen todos los puntos donde la función no es derivable. Sobre el concepto de velocidad y aceleración los alumnos encuentran algebraicamente la función velocidad y aceleración aplicando el concepto de primera y segunda derivada respectivamente, pero cometen errores de cálculo al reemplazar el valor de t en la función dada. Con respecto a las técnicas de derivación se observa que presentan mayores dificultades en la aplicación de la Regla de la cadena, que en resolver la derivada de un cociente aplicando las reglas de derivación, los alumnos logran seguir pasos algebraicos para resolver una regla de derivación, pero se observaron dificultades en la resolución de la derivada de una función compuesta, donde debe advertir la aplicación de la Regla de la cadena que requiere de la asociación de conceptos

Diseño de la propuesta de innovación

La propuesta de innovación consiste en formular una secuencia didáctica del concepto derivada de una función en un punto, utilizando como herramienta de apoyo el software dinámico

GeoGebra en el marco de la teoría APOE. Para llevar a cabo esta propuesta se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- Proponer una descomposición genética del concepto derivada en el marco de la teoría APOE.
- Desarrollar aplicativos matemáticos (Applets) utilizando software dinámico GeoGebra que permitan la visualización del concepto derivada de una función en un punto.
- Desarrollar actividades, acordes con la formación de ingenieros, que permitan aplicar el concepto de derivada de una función en un punto.
- Elaborar una secuencia didáctica del concepto de derivada de una función en un punto.

Descomposición genética

En este trabajo se consideran como referencias las descomposiciones genéticas de [9]. En el trabajo [11] sugieren que hay dos trayectorias que se relacionan entre sí, gráfica y analítica, a partir de las cuales se construye el concepto de derivada. También se tuvo en cuenta el trabajo de Gutiérrez [21].

1.a) Acción de trazar la recta secante de una curva que pasa por dos puntos P y Q.

1.b) Acción de obtener analíticamente la pendiente de la recta secante que pasa por dos puntos.

2.a) Interiorización de la acción 1. a) en un proceso, de trazar la recta secante a una curva que pasa por dos puntos P y Q, que se convierte en recta tangente cuando Q se aproxima a P.

2.b) Interiorización de la acción 1. b) en un proceso, obteniendo analíticamente la pendiente de la recta tangente a través del cálculo del límite del cociente incremental.

3. Coordinación de los procesos 2. a) y 2. b) para obtener la derivada de una función en un punto. Este proceso lleva implícito el concepto de límite de una función en un punto.

4. Encapsulado de 3. en un objeto para interpretar la derivada de una función en punto como la pendiente de la recta tangente en dicho punto.

5. Coordinación de los procesos 2. a) y 2. b) en varias situaciones relacionadas con la derivada de una función en un punto, presentadas en diferentes contextos.

6. Interiorización de la derivada en un punto en el proceso de construir la función derivada, la cual toma como entrada el punto y produce en la salida el valor de la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función, para cualquier punto del

dominio, si el límite existe.

7. Encapsulación del proceso del punto 6. para producir la función derivada como un nuevo objeto complejo (que implica el proceso de síntesis del objeto derivada en un punto).

Desarrollo de aplicativos matemáticos (applets) utilizando software dinámico geogebra

Se desarrollaron dos aplicativos matemáticos utilizando software dinámico Geogebra los cuales permiten a través de su vista gráfica y algebraica la visualización del concepto de derivada de una función en un punto.

El primer aplicativo permite visualizar la derivada de una función desde el punto de vista analítico como el límite del cociente incremental cuando Δx tiende a cero, en la vista gráfica se puede observar como la recta secante se aproxima a la recta tangente cuando el punto k se aproxima a i , de esta manera el alumno puede visualizar el concepto de pendiente de la recta tangente en un punto.

A continuación, se muestra la secuencia del primer aplicativo:

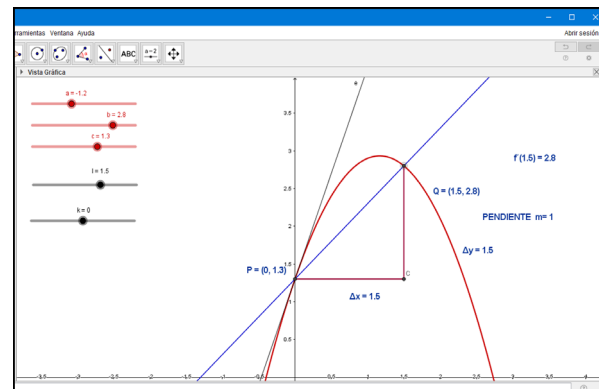


Figura 4. Vista gráfica Secuencia del Primer Aplicativo. Captura 1.

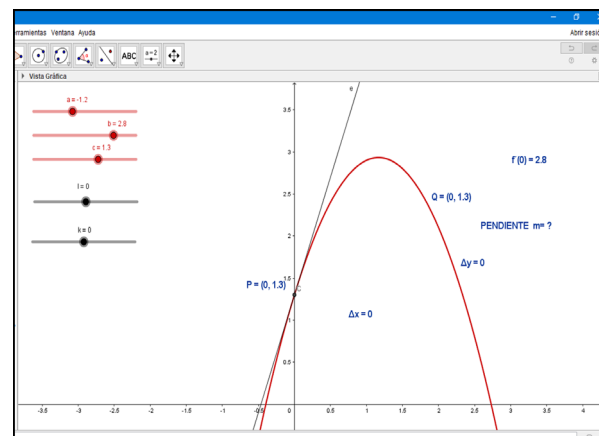


Figura 5. Vista gráfica Secuencia del Primer Aplicativo. Captura 2.

Lo que se logra con el aplicativo de Geogebra es que el alumno interiorice el concepto de derivada como el límite del cociente incremental y el concepto de pendiente de la recta tangente en un punto, coordinando los caminos analítico y gráfico para comprender el concepto de la derivada de la función en un punto de acuerdo con la Teoría APOE.

Camino analítico: en el nivel acción el alumno interioriza la definición de límite del cociente incremental cuando observa como $\Delta y/\Delta x$ tiende a cero, para transformarlo en un proceso.

Camino gráfico: en el nivel acción el alumno interioriza el concepto de pendiente de la recta tangente en un punto al visualizar la recta secante que pasa por dos puntos y a medida que el punto k se aproxima a i , se transforma en recta tangente para transformarlo en proceso.

Cuando el alumno logra la coordinación del camino analítico con el camino gráfico interpreta y comprende el concepto de derivada de una función en un punto, es decir se transforma en proceso.

El siguiente esquema muestra lo descripto anteriormente:

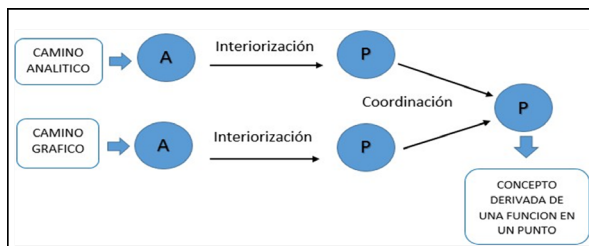


Figura 6. Coordinación de los caminos analíticos y gráficos se acuerdo a la teoría APOE.

El segundo aplicativo permite visualizar una función cúbica y su función derivada, los puntos críticos de la función, los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente y el deslizador que corresponde al valor de K representa la tangente en cualquier punto, el cual es dinámico ya que a medida que el deslizador k se mueve la recta tangente varía en cada punto de la gráfica de la función. En Figura 7 se muestra la vista gráfica y algebraica del segundo aplicativo.

A continuación, se muestra el segundo aplicativo:

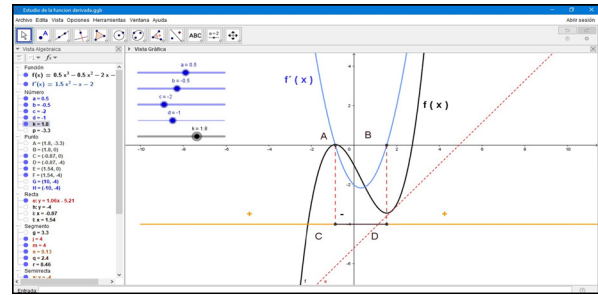


Figura 7. Vista gráfica y algebraica del Segundo Aplicativo. Fuente: elaboración propia.

El segundo aplicativo permite visualizar para cualquier función cubica los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función simultáneamente con el grafico de la función derivada, lo que permite visualizar los máximos y mínimos de $f(x)$.

Desde el marco de la teoría APOE el segundo aplicativo permite que el alumno visualice la función derivada $f'(x)$ simultáneamente con la pendiente de la recta tangente en un punto 'a' del dominio de dicha función, es decir que reconozca $f'(a)$ y de esta manera interiorice en un proceso el concepto de la función derivada, que permite calcular la pendiente de la recta tangente para todo punto del dominio de la función.

A su vez para que el alumno logre encapsular en un objeto el concepto de función derivada, el alumno utilizando $f'(x)$ puede determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ los que a su vez conlleva a determinar los puntos críticos (máximos y mínimos) y los puntos de inflexión. En esta etapa el alumno ha encapsulado como un objeto el concepto de función derivada.

El siguiente esquema muestra lo descripto anteriormente:

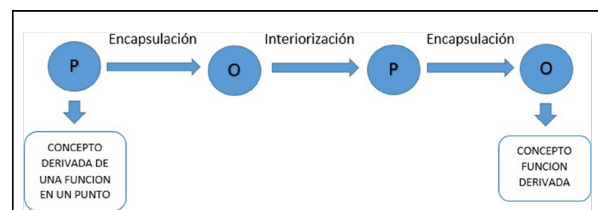


Figura 8. Encapsulación del concepto de función derivada según teoría APOE.

FASE DE IMPLEMENTACIÓN

Clases teórico - prácticas

Se implementarán las clases Teórico - Prácticas en las cuales no solo se desarrollara la presentación de las unidades curriculares, sino en forma

conjunta con ejemplos prácticos, con el objetivo de coordinar simultáneamente lo conceptual con la práctica y de esta manera estimular y facilitar la comprensión de los conceptos, especialmente el de derivada de una función en un punto, ya que se observaron las dificultades que presentan los alumnos en la comprensión de él mismo, dado que logran mecanizar los algoritmos para resolver derivadas pero no llegan a comprender su concepto. El objetivo es trabajar simultáneamente con ejercicios guiados en las clases Teóricas - Prácticas, siguiendo el marco de la teoría APOE y utilizando el software dinámico Geogebra para la visualización a través de applets lo cual facilitará la comprensión y a su vez la visualización de este concepto fundamental del cálculo Diferencial.

Clases prácticas

Para llevar a cabo la implementación de las nuevas guías de Trabajos Prácticos se diseñan actividades donde el alumno aplicará el concepto de derivada de una función en el marco de la teoría APOE, siguiendo mediante las actividades propuestas los caminos gráfico y analítico para lograr la coordinación de estas acciones y así encapsular en

un objeto el concepto de derivada de una función en punto como la pendiente de la recta tangente en dicho punto.

Las actividades propuestas se desarrollarán con diferentes grados de dificultad de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, para que el alumno logre primeramente el encapsulamiento del concepto derivada de una función en un punto y seguidamente interiorizar y encapsular el concepto de función derivada.

Se proponen conjuntamente actividades con problemas de aplicación a la Ingeniería que involucren el concepto de derivada de una función en punto.

Las actividades propuestas se realizarán en forma simultánea con la utilización del software dinámico Geogebra lo cual permitirá al alumno la visualización en secuencia para llegar a la construcción del concepto de derivada de una función en un punto en el marco de la teoría APOE. Las actividades 1 y 2 con Geogebra son de carácter obligatorio y complementaria con los trabajos prácticos.

En el Cuadro 1 se detallan las actividades propuestas en el marco de la teoría APOE:

Tabla 1: Actividades prácticas a desarrollar por alumnos.

CAMINO ANALITICO	CAMINO GRAFICO	ACTIVIDAD PROPUESTA	ACTIVIDAD CON GEOGEBRA
1) a) <i>Acción</i> de obtener analíticamente la pendiente de la recta secante que pasa por dos puntos.	1) b) <i>Acción</i> de trazar la recta secante de una curva que pasa por dos puntos P Y Q.	1) Determinar la ecuación de la recta secante a la curva que pasa dos puntos. Realizar la gráfica de la recta secante a la curva.	
2) a) <i>Interiorización</i> de la acción 1 a) en un proceso, obteniendo analíticamente la pendiente de la recta tangente a través del cálculo del límite del cociente incremental.	2) b) <i>Interiorización</i> de la acción 1 b) en un proceso, de trazar la recta secante a una curva que pasa por dos puntos P y Q, que se convierte en recta tangente cuando Q se aproxima a P.	2) Determinar la pendiente de la recta tangente a la curva que pasa por un punto, utilizando la definición. Graficar la ecuación de la recta tangente. Mostrar en un mismo gráfico la recta secante y la recta tangente a la gráfica de la función.	
3) <i>Coordinación</i> de los procesos 2 a) y 2b) para obtener la derivada de una función en un punto.		3) Encontrar la derivada de la función aplicando la definición y luego calcular la derivada en un determinado punto.	Actividad 1 con Geogebra.
4) <i>Encapsulado</i> de 3) en un objeto para interpretar la derivada de una función en un punto como la pendiente de la recta tangente en dicho punto.		4) Comparar el resultado obtenido en la actividad 2 y 3.	Actividad 1 con Geogebra.
5) <i>Interiorización</i> de la derivada en un punto en el proceso de construir la función derivada, la cual toma como entrada el punto y produce en la salida el valor de la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función, para cualquier punto del dominio de la función, si el límite existe.		5) Ejercicios para determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función, máximos y mínimos utilizando el criterio de la primera derivada.	Actividad 2 con Geogebra.
6) <i>Encapsulación</i> del proceso del punto 5 para producir la función derivada como un nuevo objeto complejo (que implica el proceso de síntesis del objeto derivada en un punto).			Actividad 2 con Geogebra.

Talleres de resolución de problemas

A continuación se detalla la Propuesta del Taller denominado: La construcción del concepto de derivada en el marco de la Teoría APOE.

Presentación

El tema del Taller corresponde a la Unidad N° 5: Derivada de una función, correspondiente al Programa Analítico de la Cátedra de Análisis Matemático I, dirigido a los alumnos de Primer Año de las Carreras de Ingenierías de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCA. El dictado del Taller estará a cargo de los docentes de la Catedra, en el que se proponen 3 encuentros para el desarrollo de los temas, con una duración de 2 horas cada encuentro y una cantidad de 20 alumnos participantes.

Fundamentación

A partir de las dificultades que se observan en el proceso de enseñanza- aprendizaje del cálculo diferencial sobre la construcción del concepto de derivada, se considera necesario caracterizar diferentes niveles de comprensión, a partir de distintos tipos de tareas propuestas a los estudiantes, con el propósito de modificar, los procesos de

instrucción en favor de la comprensión de dicho concepto; este taller pretende la identificación de diferentes niveles de comprensión de la derivada.

Objetivos

El Taller tiene como objetivo general analizar como los alumnos logran comprender el concepto de la derivada desde el punto de vista de la teoría APOE.

Contenidos

Conceptos previos: Funciones, límites, recta secante, recta tangente, pendiente de una recta. Concepto de derivada. Aplicaciones de la derivada de una función. Recta tangente de una función en un punto velocidad media y velocidad instantánea. Tasa de variación.

Estrategias

Realizar actividades vinculadas a los contenidos asociados a la descomposición genética del concepto de derivada, formando grupos de trabajo para el aprendizaje colaborativo.

Resolver problemas donde se aplique el concepto de derivada a situaciones de la vida cotidiana.

Utilizar Recursos de Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) para la visualización dinámica de gráficas. (Geogebra)

PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES

Tabla 2: Secuencia de contenidos a desarrollar en los talleres.

Contenido	Estrategia	Actividades
Recta secante	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas.	Encontrar la ecuación de la recta secante que pasa por dos puntos. Graficar.
Recta tangente	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas.	Determinar la ecuación de la recta tangente que pasa por un punto determinado, conociendo su pendiente. Graficar.
Pendiente de la recta tangente	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas.	Determinar la pendiente de la recta utilizando la definición. Determinar la ecuación de la recta tangente. Graficar.
Derivada de una Función	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas. Resolución de problemas de cinemática.	Utilizar la definición de derivada de una función para determinar $f'(x)$.
Aplicaciones de la derivada de una función:	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas. Resolución de problemas aplicando movimiento rectilíneo uniforme.	Resolver situaciones problemáticas para calcular la velocidad media y la velocidad instancia.
Aplicaciones de la derivada de una función	Clase Teórica – Práctica Uso de software dinámico Geogebra. Explicación con diapositivas. Resolución de problemas aplicando tasa de variación instantánea.	Resolver situaciones problemáticas vinculadas a la formación de Ingenieros, para determinar la tasa de variación instantánea.

Recursos didácticos

Se trabajará con bibliografía específica de la Cátedra y con textos pertenecientes a los diferentes campos del conocimiento.

Se confeccionarán cuestionarios y entrevistas para la etapa de evaluación proceso. Se utilizará el software dinámico Geogebra, para el desarrollo de las Clases Teórico - Prácticas, además de la utilización de data y pizarra para el desarrollo de conceptos y aplicaciones de los contenidos propuestos.

Actividades con Geogebra Actividad N° 1

El objetivo es visualizar como la recta secante se aproxima a la recta tangente a medida que Δx tiende a cero. Se plantean las siguientes actividades para los alumnos:

- Definir una función cuadrática a través de los coeficientes a , b y c mediante los deslizadores.
- Definir dos puntos sobre la curva j y k , mediante los deslizadores.
- Definir el cociente incremental Δx y Δy
- Analizar la variación de la pendiente de la recta secante acercando el punto j al punto k , y observar como varia el valor de la pendiente de la recta secante que es el cociente $\Delta y / \Delta x$, hasta lo máximo se pueda aproximar sin que el cociente sea indeterminado.
- Calcular analíticamente el valor de la pendiente de la recta tangente en el punto j
- Comparar resultados.

En Figura 9 se presenta una captura de pantalla del applet correspondiente a esta actividad.

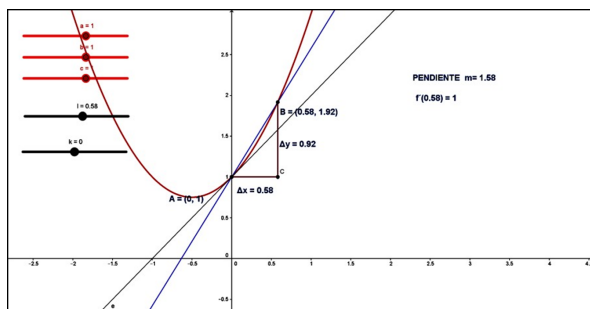


Figura 9. Actividad N° 1 con Geogebra. Fuente: elaboración propia.

Actividad N° 2

El objetivo es visualizar la función y su derivada, reconociendo los intervalos donde la función es creciente, decreciente y los extremos relativos de la función (máximos y mínimos). Se plantean las siguientes actividades para los alumnos:

- Definir una función cúbica a través de los coeficientes a , b , c y d mediante los deslizadores.
- Observar los intervalos donde la función es creciente y decreciente, analizando los signos de la derivada donde se puede visualizar si la misma es positiva, negativa o cero.
- Determinar en función de lo observado, la abscisa de los máximos y mínimos relativos correspondientes a la función.
- Definir el deslizador k , el cual permite observar la pendiente de la recta tangente en cualquier punto del dominio de la función.

En Figura 10 se presenta una captura de pantalla del applet correspondiente a esta actividad.

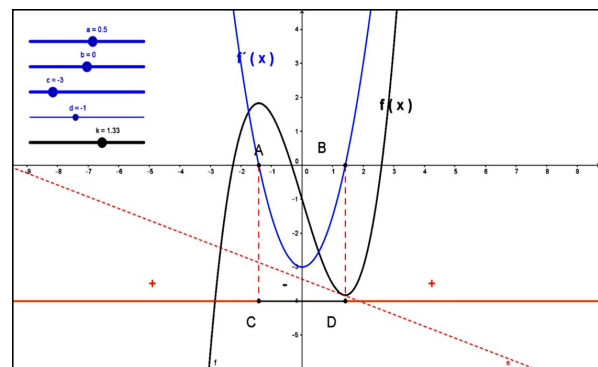


Figura 10. Actividad N° 2 con Geogebra. Fuente: elaboración propia.

Uso del aula virtual

Las actividades a desarrollar a través del aula virtual consisten en autoevaluaciones con preguntas de opción múltiple utilizando la plataforma Moodle, las cuales tienen por objetivo el autoaprendizaje de los alumnos. En este caso la retroalimentación de las respuestas es inmediata permitiendo así que detecten sus errores y/o dificultades y sean capaces de realizar una autocorrección.

Fase de evaluación

La fase de evaluación comprende los momentos de seguimiento de la aplicación de las diferentes actividades que constituyen la propuesta de innovación pedagógica y la evaluación general de la propuesta. En esta fase adquiere pleno sentido los principios de dirección y carácter, tiene en el momento del seguimiento su principal actividad a desarrollar, ya que si se toma en consideración que la innovación tiene una direccionalidad no lineal no es posible realizar simplemente una evaluación final que se circunscriba a los resultados sin tener en cuenta el proceso y las eventualidades

propias de toda puesta en marcha de un proyecto o propuesta de innovación.

Fundamentación

Respecto a la evaluación [22, p.143] la define de la siguiente manera:

Se define a la evaluación didáctica como un proceso que, a partir del conocimiento y comprensión de cierta información, permite, desde una actitud dialógica, emitir un juicio de valor a cerca de las prácticas de enseñanza y aprendizaje en un contexto socio histórico determinado en el cual intervienen la institución, el objeto de conocimiento, el grupo de alumnos, el docente y que posibilita tanto el tomar decisiones referidas a las prácticas de referencia como exige comunicar a docentes y alumnos – por medio de enunciados argumentativos – el juicio de valor emitido y las orientaciones que derivan de este, resulten necesarios para la mejora de la práctica.

Criterios de evaluación

Es necesario decidir qué evaluar de las prácticas de la enseñanza, y para ello se considera algunos de los aspectos sobre los criterios de evaluación. La determinación de los criterios tiene una triple función. En primer lugar integra la decisión metodológica que se realiza desde la cátedra con la evaluación, dando por supuesto que, si se espera obtener cierta cualidad, esta deberá ser trabajada en la cursada. Como ejemplo si en el trabajo con los contenidos de una unidad curricular se considera que los alumnos deben lograr resolver situaciones problemáticas que integren teoría con práctica, entonces se trabaja durante el cursado con dichas situaciones a fin de facilitar que los alumnos aprendan a resolverlas.

En segundo lugar los criterios funcionan, para la propia cátedra, como el eje desde el cual plantear la evaluación con función de acreditación y como un elemento de monitoreo entre aquello que espera se incorpore como aprendizaje y la verificación del mismo.

En tercer lugar los criterios explicitados orientan a los alumnos ya que contarán con una descripción cualitativa de cómo encarar su aprendizaje con relación a los contenidos.

La evaluación basada en criterios previamente establecidos, permite al docente hacer un análisis de resultados de aprendizaje más íntegro dentro de un mismo objetivo para conocer en qué medida cada uno de sus alumnos ha logrado los conocimientos o

competencias específicas y por ende cuánto de los contenidos vistos en clases han sido efectivamente entendidos. Por otra parte, que el docente conozca anticipadamente y específicamente lo que se espera que logren los alumnos facilita su tarea en el desarrollo del material didáctico efectivo para su asignatura, en la medida en que sus guías de aprendizaje, ejercicios y otros estén asociados a las pautas de evaluación preestablecidas. Estos criterios de evaluación deben ser entregados a los alumnos desde un inicio, es decir, previo al proceso de enseñanza y aprendizaje, de esta forma los alumnos y docentes comprenden y pretenden lo mismo en las situaciones de evaluación, lo que facilita al docente elaborar pruebas más justas y a los alumnos estudiar mejor y tener mayores opciones de obtener buenos resultados.

Momentos de la evaluación

La evaluación inicial o diagnóstica tiene por finalidad tomar conocimiento del estado de situación de partida en relación con los saberes apropiados por los alumnos y obtener cierta información sobre ellos, que resultan necesarias para tomar decisiones relativas a la enseñanza y que opera como un insumo de contexto en la construcción de la clase: ¿a quienes se enseña? ¿En qué tipo de prácticas sociales, laborales, culturales participan? ¿Qué saberes disponen de este tipo de conocimiento?

La evaluación de seguimiento o formativa tiene que dar cuenta de un proceso que permita comprender como el alumno se está enfrentando cognitivamente [23] con la tarea que se le viene proponiendo. Fundamentalmente, tiene que promover la autoevaluación, es decir, tiene que permitir a los propios alumnos la toma de conciencia del proceso de aprender [24], los propios juicios de valor respecto a que, como y cuando se está aprendiendo. Se necesita, desde la evaluación de seguimiento, detectar errores para orientar a tiempo el proceso de aprender. Para que esto sea posible, es necesario poner a los alumnos en situaciones activas de aprender.

La evaluación final o sumativa involucra la evaluación final, las prácticas de evaluación para la acreditación: las evaluaciones parciales y finales. Es la evaluación de cierre del cursado y adquiere formatos diferentes según los casos. [22]

Tipos de evaluación

Casanova [25] refiere que la autoevaluación

se produce cuando el sujeto evalúa sus propias actuaciones, es un tipo de evaluación que toda persona realiza a lo largo de su vida; en este caso, es de suma importancia que el alumno realice de forma continua ejercicios de valoración de su aprendizaje, de manera que le sea posible identificar aspectos que debe mejorar. En la medida en que un alumno logre contrastar sus avances contra estándares de actuación establecidos, podrá identificar áreas de mejora, con lo cual estará en condiciones de regular su aprendizaje hacia el logro de competencias útiles para su desarrollo social y profesional.

La coevaluación, la describe como la evaluación mutua, conjunta de una actividad o trabajo determinado realizado entre varios. En este caso, lo recomendable es que después de una serie de actividades didácticas, los participantes tanto alumnos como el profesor evalúen ciertos aspectos que consideren importantes de tal actuación conjunta. Generalmente tras un trabajo en equipos, de manera natural, cada uno valora lo que le ha parecido más interesante de los otros, por ejemplo se puede valorar si las actividades resultaron atractivas, si el contenido del trabajo realizado es pertinente, si el nivel de colaboración facilitó el logro de los objetivos, etc.; es muy importante en la conducción de estos procesos de coevaluación pedir a los alumnos que se centren en la valoración tanto de los aspectos positivos o que ellos consideren como los más destacados, como en aquellos que es necesario trabajar más para mejorar la calidad del trabajo desarrollado en conjunto.

La heteroevaluación consiste en la evaluación que realiza una persona sobre el trabajo, actuación o rendimiento de otra persona. Es aquella que habitualmente hace el profesor de sus alumnos. Dado que es un proceso importante e imprescindible de control en los esquemas y modelos educativos vigentes, rico por los datos y posibilidades que ofrece, delicado por el impacto que tiene en las personas evaluadas, y complejo por las dificultades técnicas que supone la emisión de juicios de valor válidos y objetivos; es que se propone esta guía práctica para profesores.

Instrumentos de evaluación

El instrumento debe presentar el grado de organización suficiente para que la apreciación que efectúa del aprendizaje permita desprender algunas conclusiones acerca del desempeño presente y futuro del alumno, en cuestiones específicas,

pero también como visión integral. Cada uno de los instrumentos de evaluación resuelve estos problemas de diversas maneras. Actúa como un reflector que en el escenario ilumina a algunos personajes y deja en penumbra a otros, que sin embargo están allí presentes, pero con una clase diferente de presencia. Por esta razón, la elección de los instrumentos de evaluación adecuados a la hora de diseñar el programa de evaluación de un curso, constituye una de las decisiones más importantes para garantizar el valor didáctico de la evaluación en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje. [26].

Propuesta de evaluación

Una vez presentado el marco teórico se desarrolla la propuesta de Evaluación para validar si se logró el objetivo planteado que a través de una secuencia didáctica el alumno logre comprender el concepto derivada de una función en un punto, desde el marco de la teoría APOE y utilizando como herramienta de visualización el software dinámico GeoGebra.

Los criterios de Evaluación propuestos por la Catedra están redactados en forma genérica para todos los contenidos de la Asignatura, se pueden precisar para el concepto de derivada de una función que es objeto de este trabajo.

- Utilizar adecuadamente los conceptos fundamentales del Cálculo diferencial e integral.
- Resolver modelos matemáticos aplicando los conceptos del cálculo diferencial e integral.
- Aplicar el cálculo diferencial e integral para el estudio de innumerables fenómenos científicos y tecnológicos en el campo de la ingeniería.
- Utilizar programas específicos para resolver problemas de aplicación relacionados al campo disciplinar.

Los tipos de evaluación utilizados son la evaluación diagnóstica, formativa y final: Para la evaluación inicial se desarrollara un examen preliminar o de diagnóstico durante el desarrollo de los talleres, para obtener información sobre los conocimientos generales y específicos de los estudiantes en relación a los contenidos que se van a desarrollar.

Para la evaluación formativa se emplearán exámenes escritos y trabajos prácticos. La cual tiene el propósito fundamental de determinar en qué nivel se ha logrado el aprendizaje en cada una de las unidades del programa. Es fundamental para perfeccionar la enseñanza de acuerdo a los

resultados parciales que se vayan obteniendo. Informar sobre el accionar pedagógico y el desarrollo integral de cada estudiante, permite revisar los distintos factores que interactúan e intervienen en el proceso de aprendizaje, las decisiones que se toman después de su aplicación. Como evaluación formativa se desarrollarán:

- Cuatro parciales escritos que comprenden ejercicios prácticos de desarrollo y resolución de problemas de aplicación. El concepto de derivada de una función será evaluado en el segundo Parcial correspondiente al primer cuatrimestre del dictado de la materia.
- Resolución de situaciones problemáticas acordes a la especialidad de la ingeniería que cursan.
- Presentación grupal (trabajo colaborativo) de una propuesta creativa sobre un tema específico, con aplicaciones a la ingeniería.
- Utilización de un software específico (Geogebra) para el desarrollo de los trabajos prácticos y la presentación grupal de la propuesta mencionada.

Para la **evaluación final**, la modalidad del examen será escrita y oral. La cual permite estimar los logros alcanzados al final de un período sobre las competencias y habilidades adquiridas. Es una evaluación para la acreditación de la asignatura y proporciona información significativa.

La elección de los instrumentos de evaluación adecuados a la hora de diseñar el programa de evaluación, constituye una de las decisiones más importantes para garantizar el valor didáctico de la evaluación en relación con los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Los instrumentos de Evaluación seleccionados son los siguientes:

La evaluación diagnóstica se desarrollará a través de diferentes situaciones problemáticas.

En la evaluación formativa se utilizarán pruebas escritas de ejercicios de desarrollo y situaciones problemáticas.

La evaluación final será un examen escrito y oral. [22, p.173] afirma:

Resulta un buen instrumento si la interrogación ayuda a que el alumno evaluado pueda ir elaborando un discurso en el que las relaciones conceptuales se vayan encadenando naturalmente a partir del desarrollo de las ideas eje de una unidad curricular y las ideas globales vayan hilvanando la inclusión de los conceptos particulares. Existen diferentes posibilidades de acuerdo a quien evalúa: se puede pensar en que el alumno comience su exposición habiendo elegido un tema

que a medida que lo presenta, va vinculando con los contenidos de la unidad curricular; se puede pensar en que el alumno comience su exposición a partir de la presentación de una elaboración personal previamente preparada.

Autoevaluación

Para la autoevaluación se confeccionaron cuestionarios con preguntas de múltiple opción utilizando el aula virtual, para que el alumno realice de manera autónoma y continua ejercicios de valoración de su aprendizaje, y sea posible identificar los aspectos que debe mejorar. Esta instancia de evaluación es muy útil como un proceso de retroalimentación tanto para el alumno como para el docente, ya que en base a los resultados obtenidos se puede ver el avance de los alumnos en la comprensión de los conceptos, en este caso el concepto de derivada de una función en un punto.

La plataforma tiene la característica de brindar al alumno los resultados de su autoevaluación y al docente estadísticas generales y particulares de las producciones de los alumnos, esta información puede ser utilizada por el docente para retroalimentar el proceso.

Se muestra a continuación un cuestionario de Autoevaluación con algunas preguntas correspondientes a la Unidad N° 5 sobre el concepto de derivada de una función en un punto.

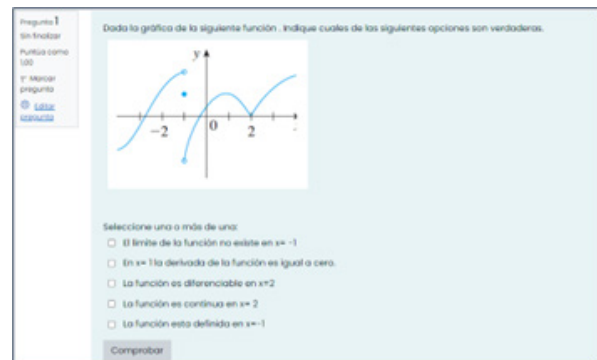


Figura 11. Captura de pantalla - Pregunta N° 1.

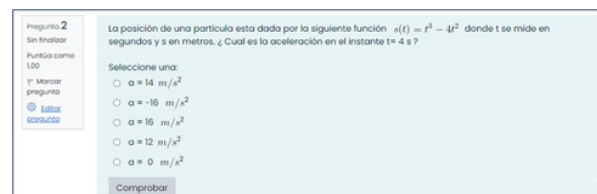


Figura 12. Captura de pantalla - Pregunta N° 2.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se logró cumplir con los objetivos específicos planteados, al inicio de esta propuesta.

Respecto al primer objetivo específico, se presentó en el marco de la teoría que sustenta este trabajo una descomposición genética del concepto en estudio, que sugiere que hay dos trayectorias que se relacionan entre sí, Gráfica y analítica, a partir de las cuales se construye el concepto de derivada en el marco de la teoría APOE. La descomposición genética es una hipótesis de cómo el estudiante interioriza el concepto, por lo que de ella se deriva la propuesta didáctica y las actividades utilizando software GeoGebra.

Respecto al segundo objetivo específico, se diseñaron aplicativos matemáticos (Applets) que permiten la visualización del concepto derivada de una función en un punto, coordinando los registros gráfico y analítico del concepto en estudio de acuerdo a la descomposición genética propuesta. En el primer aplicativo se visualiza la derivada de una función en un punto y el segundo estudia el concepto de la función derivada.

El tercer objetivo consistió en el diseño de actividades que permitan aplicar el concepto de derivada de una función en un punto, especialmente de la física, ciencia fuertemente vinculada a la formación de ingenieros. En ese sentido se pueden plantear problemas de cinemática, utilizando funciones del tipo $x = f(t)$ siendo x la posición de un móvil respecto a un sistema de referencia y t el tiempo que emplea para alcanzar dicha posición. Finalmente se elaboró una secuencia didáctica del concepto de derivada de una función en un punto fundamentada en la descomposición genética propuesta de acuerdo al marco teórico de referencia.

En relación a los objetivos específicos antes mencionados se puede afirmar que se logró cumplir con el objetivo general en el cual se plantea una propuesta didáctica innovadora en el proceso de aprendizaje del concepto derivada de una función en un punto utilizando como herramienta de apoyo el software dinámico GeoGebra fundamentado en la teoría APOE.

Con esta propuesta didáctica se espera superar las dificultades que presentan los alumnos de primer año de las carreras de Ingenierías relacionadas con la comprensión del concepto de derivada de una función en un punto las cuales fueron mencionados en capítulos anteriores. El uso del software dinámico GeoGebra permite al alumno la

coordinación del camino gráfico y algebraico, que a través de sus vistas geométricas y algebraicas por su carácter de software dinámico aporta visualmente mayor cantidad de elementos que la observación de imágenes estáticas.

Una propuesta para la continuación del trabajo presentado se basaría en analizar los diferentes niveles de comprensión del concepto de derivada usando el software dinámico Geogebra en el marco de la Teoría APOE. Esta investigación futura permitiría validar la descomposición genética propuesta o realizar las modificaciones que surjan de futuras investigaciones, debido a que la descomposición genética no es estática sino dinámica, la cual se puede modificar o mejorar de acuerdo a cada cohorte de alumnos y sus niveles de comprensión.

REFERENCIAS

- [1] Urquieta, M., Yañez, J. C., y Andrade, J. S. (2014). Análisis según el modelo cognitivo APOS* del aprendizaje construido del concepto de la derivada. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 403-42
- [2] Amaya, C. S., Rojas, H. D., y Ballen, M. B. (2009). Descripción de niveles de comprensión del concepto derivada. *Tecné Episteme y Didaxis: TED*, (26).
- [3] Berry, J. S., & Nyman, M. A. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 479-495.
- [4] López Zamudio, A. (2008). Propuesta para la enseñanza del concepto de derivada, un acercamiento visual con Geogebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- [5] Córdoba, Y. Ruiz, K. Y., y Rendón, C. E. (2015). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *RECME*, 1(1), 125-130
- [6] Dubinsky, E., y McDonald, M. APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. *New ICMI Study Series*. 1991.
- [7] Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E. D., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., y Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*.
- [8] Pereyra, N. E., & Herrera, C. G. (2020). Dificultades en la comprensión del concepto derivada de una función. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 15(2), 48-

58.

[9]Badillo, E., y Azcárate, C. (2002). Conocimiento profesional de profesores de Matemática de secundaria. Las relaciones entre Derivada y Velocidad en la enseñanza del Cálculo Diferencial. *Primeres Jornades d' Educació Matemàtica de Catalunya*, Mataró Barcelona.

[10]Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study* (pp. 275-282). Dordrecht: Springer Netherlands.

[11]Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399-431.

[12]Sánchez-Matamoros, G., Mercedes, G., & Llinares, S. (2013). Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27(45), 281-302.

[13]Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación matemática*, 17(1).

[14]Badillo, E., y Azcárate, C. (2002). Conocimiento profesional de profesores de Matemática de secundaria. Las relaciones entre Derivada y Velocidad en la enseñanza del Cálculo Diferencial. *Primeres Jornades d' Educació Matemàtica de Catalunya*, Mataró Barcelona.

[15]Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemática de Colombia*. Doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona-España

[16]Giménez, C. A., & Machin, M. C. (2003). Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático. Edición Especial: *Educación Matemática*, 135.

[17]Hohenwarter, M., Preiner, J., y Yi, T. (2007). Incorporating GeoGebra into teaching mathematics at the college level. In *Proceedings of the International Conference for Technology in Collegiate Mathematics*.

[18]Londoño, N., Mederos, O., y Decena, V. G. (2018). GeoGebra como herramienta tecnológica para entender las derivadas y sus aplicaciones. *Revista Electrónica Amiutem*. 2(2), 90-98.

[19]Córdoba, Y. Ruiz, K. Y., y Rendón, C. E. (2015). *La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica*. RECME, 1(1), 125-130

[20]Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203.

[21]Gutiérrez, L., y Valdivé, C. (2012). Una descomposición genética del concepto derivada. *Gestión y Gerencia*, 6(3), 104-122.

[22]Allal, L. (1980). Estrategias de evaluación formativa: concepciones psicopedagógicas y modalidades de aplicación. *Infancia y aprendizaje*, 3(11), 4-22.

[23]Litwin, E. (1998). La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza. *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, 11-34.

[24]Steiman, J. (2018). *Más didáctica (en la educación superior)* (Vol. 3). Miño y Dávila..

[25]Casanova, M. A. (2007): Manual de Evaluación Educativa. 9ª ed. Madrid, España, Editorial la Muralla, S. A.

[26]De Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., & Palou de Maté, M. D. C. (1998). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo* (pp. 176-176). Buenos Aires: Paidós.

EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE PROCEDIMIENTOS GENERALES MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DE LAS CÁTEDRAS ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA DE PRIMER AÑO DE INGENIERÍA

María Inés Cisterna Fernández^{1}, Carlos Gabriel Herrera^{2*}*

¹ *Profesora Adjunto en Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas – Universidad Nacional de Catamarca.*

Profesora en Matemática por la Universidad Nacional de Catamarca. Especialista en Enseñanza de las Ciencias Exactas por la Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Diplomada en Enseñanza de la Matemática mediada por Tics por Universidad Católica de Santiago del Estero. Diplomada en Docencia en Entorno Digitales por Universidad Champagnat.

² *Ingeniero Civil. Magister en Docencia Universitaria de Disciplinas Tecnológicas. Profesor Titular Cátedra Álgebra del Departamento de Formación Básica de Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca.*

** Facultad de tecnología y ciencias aplicadas. universidad nacional de catamarca.*

EVALUATION OF THE DEVELOPMENT OF GENERAL MATHEMATICAL PROCEDURES IN STUDENTS OF THE ALGEBRA AND ANALYTICAL GEOMETRY COURSES IN THE FIRST YEAR OF ENGINEERING

RESUMEN: En la currícula de la formación del ingeniero intervienen diversos contenidos matemáticos, entre ellos figuran los que corresponden al Álgebra Lineal Y Geometría Analítica, los que se imparten en el primer año de las carreras de ingeniería. Para que la formación matemática adquirida sea sólida, generalizada y eficiente se deben desarrollar determinadas habilidades o procedimientos generales matemáticos que se traduce en un mejor rendimiento académico de los alumnos. En función de ello el objetivo del trabajo es evaluar la adquisición de las habilidades de Identificar, Interpretar, Graficar y Demostrar en alumnos que cursan el primer año de carreras de Ingeniería. La investigación es de carácter descriptivo y se trabajó con una muestra de alumnos que cursan las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica del primer año de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca. Los instrumentos de recolección de datos fueron diseñados para evaluar las habilidades o procedimientos generales matemáticos y sus resultados principales indican que las mayores dificultades se les presentan a los alumnos en establecer relaciones entre objetos matemáticos del álgebra lineal y su representación geométrica especialmente en el tema base de un espacio vectorial.

Palabras claves: Habilidades Matemáticas, Álgebra Lineal, Geometría Analítica.

ABSTRACT: In the curriculum for engineering education, various mathematical contents are involved, including those corresponding to Linear Algebra and Analytical Geometry, which are taught in the first year of engineering programs. To ensure that the acquired mathematical training is solid, generalized, and efficient, certain skills or general mathematical procedures must be developed, leading to better academic performance among students. Accordingly, the objective of this work is to evaluate the acquisition of skills in Identifying, Interpreting, Graphing, and Demonstrating among first-year engineering students. The research is descriptive in nature and involved a sample of students enrolled in the Algebra and Analytical Geometry courses in the first year of Engineering at the Faculty of Technology and Applied Sciences of the National University of Catamarca. The data collection instruments were designed to assess the skills or general mathematical procedures, and the main results indicate that students face the greatest difficulties in establishing relationships between mathematical objects of linear algebra and their geometric representation, especially in the foundational topic of a vector space.

Keywords: Mathematical Skills, Linear Algebra, Analytical Geometry.

INTRODUCCIÓN

Las diversas investigaciones sobre la adquisición de conceptos de álgebra lineal y geometría analítica han identificado una gama de dificultades en su enseñanza y aprendizaje, principalmente debido al carácter abstracto de algunos contenidos de estas ramas de la matemática o a la complejidad que representa para los estudiantes la articulación de los conceptos involucrados.

Las dificultades que enfrentan los estudiantes en su aprendizaje se asocian generalmente con una incorrecta apropiación de los conceptos, lo que en ocasiones les impide responder adecuadamente a preguntas que requieren un dominio básico de estas disciplinas.

El aprendizaje de los contenidos de álgebra lineal y geometría analítica debe comenzar por establecer relaciones adecuadas entre los conceptos conocidos y los nuevos. Si el estudiante logra

construir dichas relaciones, podrá alcanzar una mejor comprensión de los contenidos introducidos en un curso de álgebra lineal y/o geometría analítica. Para que la adquisición de tales contenidos sea general, consistente y eficiente, es necesario desarrollar determinadas habilidades o procedimientos matemáticos, como interpretar, identificar, demostrar y graficar, entre otros, como se menciona en [1]. Este trabajo se fundamenta en la adquisición de estos procedimientos generales matemáticos, ya que constituyen una labor importante en la formación de los estudiantes de ingeniería.

El trabajo está organizado en seis capítulos que se describen a continuación.

Capítulo 1: Problemática. Objetivos de Investigación. Antecedentes

Aquí se presenta un panorama general de los trabajos que se han desarrollado sobre el aprendizaje y la enseñanza de conceptos del álgebra lineal y su vinculación con conceptos de geometría analítica, observándose una multiplicidad de factores que fundamentan él porque resulta complejo tal articulación a los estudiantes.

Teniendo en cuenta las dificultades que se le presentan a los alumnos de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca y de antecedentes de investigaciones en didáctica de la matemática, especialmente de contenidos de Álgebra Lineal, se plantearon los objetivos de la investigación basados en el estudio de los procesos de adquisición de las habilidades matemáticas durante el aprendizaje de contenidos de estas áreas y el diseño de estrategias didácticas orientadas a favorecer los procesos de adquisición de tales habilidades.

Capítulo 2: Fundamentación Teórica.

En este capítulo, y en base a los antecedentes tratados, se toma como referencia el Sistema Básico de Habilidades Matemáticas el que definen en [1] bajo la premisa “no se puede separar el saber, del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer”. Además se citan trabajos sobre el análisis cognitivo de los temas Espacios Vectoriales y Base de Espacios Vectoriales que fueron ejes centrales de esta investigación. Se realizó además un análisis de los contenidos matemáticos de las carreras de

ingeniería, así como también los de contenidos de los niveles previos al universitario.

Capítulo 3: Metodología.

Este capítulo representa una parte fundamental de esta investigación, aquí definimos el Tipo de Investigación: Descriptiva, pues con la utilización de una determinada estrategia (instrumento ideado con situaciones problemáticas) se buscó representar o describir una situación, y a partir de la información obtenida posibilitar algunas respuestas a los interrogantes planteados. La variable de estudio fue el grado de desarrollo de habilidades o procedimientos matemáticos y temporalmente, es un diseño longitudinal pues el propósito es observar su dinámica a través del tiempo. La recolección de información se realizó en diversas fechas considerándose para su estudio el primer cuatrimestre del primer año de las carreras correspondientes a la cohorte 2013 de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca, con una muestra de 66 alumnos que cumplieron con el 80 % de asistencia a clases y trabajos prácticos, excluyéndose de la misma a alumnos re inscriptos y aquellos que cursaron carreras de nivel superior relacionadas con la matemática.

Capítulo 4: Análisis de Resultados.

En este capítulo se presentan los resultados tanto cuantitativos como cualitativos obtenidos a través del Instrumento diseñado para la Evaluación de los Procedimientos Generales Matemáticos, se determinan categorías de respuestas en grupos según la aplicación de los diferentes procedimientos.

Capítulo 5: Conclusiones.

En este capítulo se muestran las conclusiones, resultado del análisis de los datos proporcionados por el Instrumento Evaluador. Se realizan propuestas de estrategias didácticas tendientes a lograr subsanar dificultades en la adquisición de las habilidades o procedimientos matemáticos evaluados y también se plantean interrogantes de futuras investigaciones.

CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Problema de investigación

Es posible considerar a la matemática,

conjuntamente con la física, como las ciencias esenciales en las carreras de ingeniería, ya que las herramientas proporcionadas por estas disciplinas permiten a los profesionales resolver diversas situaciones problemáticas y utilizar modelos para representar tanto fenómenos naturales como no naturales. Así, el plan de estudios de las carreras de Ingeniería incorpora conocimientos de diversas ramas de la matemática, como álgebra lineal, geometría, cálculo, probabilidad y estadística, impartidos en los primeros años del programa. Estas materias ayudan a desarrollar en los alumnos una capacidad de pensamiento lógico y riguroso, proporcionando las herramientas básicas necesarias para formular un modelo matemático que describa de manera precisa o con la adecuada aproximación y simplicidad un problema real y su solución. Estas habilidades constituyen la base sobre la cual se desarrollan las materias específicas de cada especialidad.

El cálculo matemático, que se originó en el siglo XVIII gracias a las aportaciones de Newton y Leibniz, fue inicialmente concebido para abordar problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos. Sin embargo, sus principios pronto se aplicaron a la variación de cantidades en diversas áreas, incluyendo las ciencias exactas, naturales y la economía. Temas tales como el análisis de funciones de una o varias variables, sus tasas y períodos de crecimiento o decrecimiento, así como el cálculo de áreas y volúmenes de figuras complejas, son el foco de estudio del cálculo matemático.

La estadística se ocupa de la recopilación, análisis y aplicación de datos para tomar decisiones y resolver problemas. Es de particular relevancia en los campos de la ingeniería y la ciencia, dado que estos profesionales manejan y analizan datos de forma regular [2]. En álgebra lineal, se estudian conceptos como vectores en el plano y en el espacio, sistemas de ecuaciones lineales, matrices, espacios vectoriales, transformaciones lineales y determinantes. Por su parte, la geometría analítica es la rama de la matemática que explora las propiedades y relaciones de entidades como puntos, rectas y planos en los espacios bidimensional y tridimensional, tanto gráficamente como analíticamente.

Para que la adquisición de estos contenidos sea general, consistente y eficiente para los profesionales, es fundamental enfocar los esfuerzos hacia la formación de procedimientos generales del quehacer matemático, en lugar de centrarse únicamente en muchos procedimientos

específicos sin resaltar ni sistematizar los modos de actuación del estudiante, como se ha expresado en [3]. El desarrollo de estas habilidades es esencial en la formación de los estudiantes de ingeniería, ya que se enfatiza en los objetivos educativos generales promovidos por el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina (CONFEDI). Este afirma que, en la actualidad, es una tendencia internacional en el diseño de planes de estudio de ingeniería el uso de las competencias como horizonte formativo... existiendo consenso en que el ingeniero no solo debe saber, sino saber hacer. Esto último no surge de la mera adquisición de conocimientos, sino que es el resultado de la puesta en funciones de una compleja estructura de conocimientos, habilidades y destrezas, que debe ser reconocida en el proceso de aprendizaje para que la propuesta pedagógica incluya actividades que permitan su desarrollo [4].

En los cursos de álgebra lineal y geometría analítica de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca, se observa que un porcentaje significativo de estudiantes no finaliza estas asignaturas. Además, entre quienes las completan, el porcentaje de alumnos regulares es bajo en relación a la matrícula de ingresantes. Investigaciones han identificado dificultades en la comprensión de temas específicos. Por ejemplo, en estudios sobre la interpretación de conceptos como secciones cónicas, se ha detectado que los estudiantes enfrentan retos especialmente al establecer una ecuación canónica a partir de los elementos de una curva, particularmente cuando estos no se presentan de manera explícita. Además, se han identificado dificultades en la aplicación de conceptos previamente adquiridos a nuevas situaciones [5]. Similarmente, en el ámbito del álgebra lineal, al abordar sistemas de ecuaciones lineales, también se han observado dificultades [6]. En relación con el tema de espacios vectoriales y subespacios, los estudiantes no parecen tener mayores inconvenientes en la identificación de espacios vectoriales ni en su interpretación geométrica en los espacios R^2 o R^3 , aunque tienden a utilizar más el lenguaje algebraico y los algoritmos matemáticos, encontrando mayor dificultad en la interpretación de los conceptos [7].

1.2 Antecedentes de la investigación

Existen diversos estudios sobre las dificultades que enfrentan los alumnos para construir los conceptos fundamentales del álgebra lineal y

la geometría analítica. Desde la perspectiva de la enseñanza del álgebra lineal, se reconoce que es un proceso complejo, independientemente del enfoque utilizado (axiomático, matricial, geométrico o computacional) debido a las dificultades conceptuales y al tipo de pensamiento requerido para su comprensión. Los investigadores han abordado estas dificultades en sus trabajos, llegando a diversas conclusiones. Por ejemplo, se ha señalado que existe una escasa o nula relación entre los contenidos del álgebra lineal y los conocimientos previos adquiridos por los alumnos en cursos anteriores a la universidad [8].

Desde la perspectiva de la representación de un objeto del álgebra lineal, se observa que puede realizarse a través de diferentes lenguajes: el lenguaje geométrico en $\mathbb{R}^2$ o $\mathbb{R}^3$, el lenguaje algebraico en $\mathbb{R}^n$ y el lenguaje abstracto [9]. Existen tres tipos de lenguajes que fomentan diferentes formas de pensar: el pensamiento sintético geométrico, el aritmético-analítico, y el analítico-estructural [10].

El lenguaje geométrico se utiliza para ilustrar las representaciones y propiedades de los vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. El lenguaje aritmético se emplea para describir operaciones entre matrices y sistemas de ecuaciones, mientras que el lenguaje algebraico se usa para formalizar y simbolizar objetos matemáticos como espacios vectoriales y transformaciones lineales [10].

El pensamiento sintético geométrico se produce al considerar las disposiciones de rectas y planos en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, que representan las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales. El pensamiento aritmético-analítico ocurre al estudiar las soluciones a partir de la matriz reducida del sistema de ecuaciones, y el pensamiento analítico-estructural se manifiesta al reflexionar sobre las propiedades de las matrices invertibles o no invertibles.

Algunas de las dificultades en el aprendizaje de los conceptos de álgebra lineal derivan de la falta de articulación entre los diferentes lenguajes utilizados. Por ejemplo, un estudiante podría entender un problema solo desde el enfoque geométrico, sin ser capaz de traducir ese conocimiento al lenguaje algebraico para resolverlo. Asimismo, se menciona el concepto de “obstáculos del formalismo”, donde los alumnos manipulan representaciones de manera mecánica, sin comprender su significado ni las relaciones entre ellas [10].

Otras dificultades señaladas por [11] son la variedad de lenguajes y representaciones que se emplean en el estudio de los objetos del álgebra lineal y la

falta de articulación entre estas representaciones. [10] también enfatiza que un estudiante podría comprender un concepto solamente desde el ángulo geométrico, sin que ello implique que pueda trasladar ese entendimiento al contexto algebraico.

Adicionalmente, [12] y [13] discuten el “obstáculo del formalismo”, concluyendo que los estudiantes tienden a manipular representaciones sin aprehender su significado o las relaciones subyacentes entre ellas. En este sentido, se argumenta que la comprensión del espacio vectorial requerirá, además del dominio de definiciones y técnicas específicas, la comprensión de propiedades y teoremas que guían la evolución de la teoría matemática en álgebra lineal, al tiempo que se mantenga un equilibrio entre el desarrollo conceptual y el tratamiento algorítmico.

En el proyecto de investigación titulado “Incidencia de un Sistema Didáctico Integrador en la Calidad de Asimilación de Contenidos de Álgebra y Geometría Analítica”, llevado a cabo en la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca, se trabajó en la integración de conceptos de álgebra lineal con geometría analítica. Los resultados obtenidos corroboraron las dificultades que los alumnos presentan al justificar sus respuestas a problemas prácticos en álgebra lineal [14]. Además, se observó que, aunque los estudiantes no tenían problemas para identificar un objeto matemático de álgebra lineal, sí enfrentaban dificultades al relacionar los conceptos de esta rama de la matemática con otras ciencias [15].

1.3 Objetivos de la investigación

En virtud de lo expresado, el objetivo principal de este trabajo es estudiar los procesos de adquisición de las habilidades matemáticas durante el aprendizaje de contenidos de álgebra lineal y geometría analítica, por parte de los alumnos de 1º año de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca.

Así, teniendo como premisa este enfoque, se plantea el trabajo a partir del Sistema Básico de Habilidades Matemáticas que se define en [1] y que tiene como integrantes, las habilidades de Identificar, Interpretar, Graficar y Demostrar, que son las que por su propia naturaleza establecen el vínculo primario con el sistema de conocimientos. El conocimiento y la habilidad están intrínsecamente relacionados, ya que no se puede

concebir el saber sin la capacidad de aplicarlo. En otras palabras, el verdadero entendimiento implica siempre la habilidad de realizar alguna acción relacionada con ese conocimiento. [16].

Objetivo General

Estudiar los procesos de adquisición de las habilidades matemáticas de interpretar, identificar, graficar y demostrar, durante el aprendizaje de contenidos de Álgebra Lineal y Geometría Analítica, por parte de los alumnos de 1º año de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas

Objetivos Específicos

Diseñar estrategias didácticas orientadas a favorecer los procesos de adquisición de las habilidades matemáticas de interpretar, identificar, graficar y demostrar, durante el aprendizaje de contenidos de Álgebra Lineal y Geometría Analítica, por parte de los alumnos de 1º año de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca

Evaluar el desarrollo de procedimientos o habilidades matemáticas de identificar, interpretar, graficar y demostrar en alumnos de primer año de carrera de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca

CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 Procedimientos generales matemáticos

Generalmente, la enseñanza de Álgebra Lineal y Geometría Analítica se imparte como si trataran de dos espacios del conocimiento separados, no relacionados, cuando en realidad debería llevarse a cabo una articulación tanto vertical como horizontal entre los conceptos de ambas ramas de la ciencia. Esta relación, tanto en su contenido temático como en la enseñanza, justifica el planteamiento de un estudio que aborde la problemática, razón por la cual este trabajo adopta como Sistema Básico de Habilidades Matemáticas el que define Herminia Hernández (Hernández, 1989).

Dichas habilidades están fundadas en el principio de que no se puede separar el saber, del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad,

sin un saber hacer [18] citada por [3].

Como integrantes de dicho Sistema Básico se encuentran las habilidades DEFINIR y DEMOSTRAR, que son las que por su propia naturaleza establecen el vínculo primario con el sistema de conocimientos, así como

IDENTIFICAR, INTERPRETAR, RECODIFICAR, GRAFICAR, ALGORITMIZAR y CALCULAR mediante las cuales hacemos matemática, es decir resolvemos problemas matemáticos en su acepción amplia [1]. El sistema de estas habilidades fue ampliado posteriormente con la habilidad MODELAR y más recientemente con las habilidades COMPARAR, RESOLVER, APROXIMAR y OPTIMIZAR [3].

Para su determinación se tuvieron en cuenta los siguientes requerimientos:

- Pueden ser considerados propios, aunque no necesariamente exclusivos, del quehacer matemático.
- Deben ser suficientemente generales como para que mantengan su presencia a lo largo de la formación matemática de niños, adolescentes y jóvenes.
- Deben ser imprescindibles para la formación matemática de posgrado en todos aquellos profesionales que hacen un uso destacable de la matemática.

Algunos ejemplos de Habilidades o procedimientos Matemáticos, según [3] son:

- El representar la idea de subespacio en $\mathbb{R}^3$, mediante un plano que pasa por el origen presupone Graficar e Identificar.
- Considerar que si $\ker(f) = 0$ la aplicación lineal es inyectiva y el sistema de ecuaciones $AX = B$ correspondiente, es compatible con solución única, presupone Identificar e Interpretar.

En este trabajo se evalúan las habilidades matemáticas de identificar, interpretar, graficar y demostrar adoptándose las definiciones dadas por [1] quien los caracteriza de la siguiente manera:

INTERPRETAR: es atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problemática real de que se trate.

Esta habilidad permite adaptar a un marco matemático, el lenguaje de otras disciplinas objeto de estudio, para luego en un proceso reversible, traducirlo de nuevo al lenguaje del usuario.

IDENTIFICAR: es distinguir el objeto de estudio matemático, sobre la base de sus rasgos esenciales. Es determinar si el objeto pertenece a una determinada clase de objetos que presentan

ciertas características distintivas.

Como actúa directamente con las definiciones y teoremas, su ejercitación y sistematización en el proceso de enseñanza y aprendizaje posibilita un dominio adecuado de los conceptos, disminuyendo con ello la comisión de errores en el quehacer matemático.

En general, si se tiene en cuenta la precedencia o sucesión en la ejecución de acciones particulares complejas, la habilidad interpretar presupone primeramente identificar [3].

GRAFICAR: es representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como de diagramas o tablas y recíprocamente, corregir las relaciones existentes a partir de su representación gráfica.

Permite comunicar información de manera visual, así como representar objetivamente objetos mentales. Su uso es importante en la primera etapa del proceso de asimilación de los conceptos.

DEMOSTRAR: es establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación. La formación de este procedimiento está íntimamente relacionada con el grado de conciencia con que se forman las acciones y conocimientos de los estudiantes, es decir justificar y explicar que hizo y porque lo hizo.

Este sistema de procedimientos es susceptible de ser ampliado en tanto no está demostrado aun que se haya agotado la lista de los procedimientos que cumplan las exigencias iniciales.

En la tarea de enseñar matemática aparece como un imperativo el trabajo con los procedimientos generales, pues estos permiten acometer una multitud de problemas de diferente índole. No asumirlos y concebir solo la formación de acciones particulares, conlleva a un conocimiento fraccionado, no generalizado y poco perdurable en el pensamiento del estudiante [3].

2.2 Aspectos cognitivos del concepto de espacio vectorial

Teniendo en cuenta que esta investigación está centrada fundamentalmente en temas de Álgebra Lineal, especialmente los conceptos de Espacio Vectorial y Base de un Espacio Vectorial se hacen necesario indagar aspectos cognitivos de estos conceptos que ya han sido desarrollados por distintas investigaciones. Estas investigaciones han sido recopiladas por distintos autores y se mencionan a continuación aspectos salientes de las mismas:

En [17] se desarrollan aspectos cognitivos del concepto de espacio vectorial. Por un lado, se citan investigaciones de [8] y [12] y se afirma que el discurso matemático escolar del Álgebra Lineal privilegia el tratamiento algorítmico a través de las llamadas técnicas de resolución, en desmedro de la comprensión conceptual de nociones básicas [18]. También afirma que, la axiomatización en sí misma del álgebra lineal no permitió solucionar nuevos problemas, sino un acercamiento y un lenguaje más universal utilizable en una variedad de contextos (análisis funcional, formas cuadráticas, aritmética, geometría, etc.). Este acercamiento marcó un nuevo nivel en la abstracción: el concepto de EV, abstracción de objetos ya abstractos – vectores geométricos, n -uplas, polinomios, series, funciones...-. Este cambio de perspectiva induce otro, sofisticado, a nivel de las operaciones mentales. De hecho, uno puede distinguir dos fases en la construcción de ciertos conceptos: unificación (poner juntos varios saberes para crear un todo) y generalización [3]. Varios investigadores franceses plantean la noción del obstáculo del formalismo. Este se manifiesta en los estudiantes que manipulan objetos como vectores, ecuaciones, coordenadas, etc. “sumergiéndose en una avalancha de términos nuevos, de símbolos nuevos, de definiciones nuevas, y de teoremas nuevos” [3, p. 258].

[17] en relación con aspectos cognitivos del concepto de espacio vectorial citan las investigaciones de Harel (1987, 1989a, 1989b, 1990) quién identifica la introducción repentina de los conceptos abstractos del álgebra lineal y su concretización en modelos principalmente algebraicos, como la causa principal de las dificultades que los estudiantes enfrentan en su curso de álgebra lineal. [18] se propusieron estudiar la comprensión del concepto de Espacio Vectorial, desde la perspectiva APOE. Los resultados de esa investigación muestran que los estudiantes no habían encapsulado el proceso de operación binaria y no se habían formado esquemas ricos del concepto de Espacio Vectorial. Además, agregan que los estudiantes, suelen interpretar los axiomas limitándose al cuerpo de los números reales y se corresponden con la imagen visual que tienen de las operaciones con estos números.

En [19] se citan investigaciones relacionadas a aspectos cognitivos del concepto de Base de un espacio vectorial y los elementos que lo componen (Conjunto Generador e Independencia Lineal) citando por ejemplo a Chargoy (2006) quién utiliza como marco de referencia los modos de

pensamiento de [12] y registra las dificultades que tiene un estudiante para entender el concepto de base de un espacio vectorial a partir de un contexto geométrico. En el mismo sentido se citan los trabajos de Da Silva y Lins (2002) quienes enfocan en el análisis de las producciones de significados para la noción de base en álgebra lineal y utiliza como sustento el marco teórico de los campos semánticos, en el que se pretende caracterizar la existencia de un significado producido en una actividad dada, es decir, se distingue lo que una persona puede decir y lo que realmente dice de un objeto en una actividad dada.

Por último, en [19] también mencionan las investigaciones de Nardi (1997) que estudia las dificultades conceptuales y de razonamiento del matemático principiante (estudiantes de matemáticas de primer año), en su encuentro con la abstracción matemática y aborda, como parte de su proyecto, los conceptos de espacio generado y conjunto generador en álgebra lineal.

2.3 Conocimientos previos

Las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica se encuentran en el primer año del plan de estudios de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca, razón por la cual se hace necesario analizar los conocimientos previos que los alumnos deberían haber tenido de los niveles de educación previos al universitario y también la estructura curricular del primer año de las carreras de Ingeniería, incluyendo la carga horaria para cada asignatura. En función de ello se describen en el presente capítulo los contenidos matemáticos de los niveles de educación secundario de la Provincia de Catamarca que nos servirán de base para el desarrollo del trabajo, como así también los contenidos matemáticos de las diferentes carreras de Ingeniería.

Primeramente se hace una breve descripción de los contenidos matemáticos correspondientes al nivel de Educación Secundaria (Ley de Educación Provincial N° 5381 - Decreto N° 2269/13); y además como los alumnos que cursan las carreras de ingeniería provienen de colegios secundarios con modalidades residuales de la Educación Polimodal (Ley Federal de Educación N° 24.195), que en el caso de la Provincia de Catamarca dejaron de egresar a partir del año 2012, también se hace mención a los contenidos matemáticos correspondientes a este nivel de educación media, con excepción de las escuelas que dependen

de la Universidad Nacional de Catamarca, la Escuela Pre-Universitaria “Fray Mamerto Esquiú” y la ENET N° 1 quienes se mantuvieran secundarizadas.

Es conveniente tener presente que el Sistema Educativo se encuentra en una etapa de transición desde el año 2013, y que dicha transformación no es inmediata, sino que se realiza por etapas, produciéndose por lo tanto la convivencia de las nuevas estructuras con las residuales.

En la Educación Polimodal, cuyos primeros egresados en Catamarca, corresponden al año 2001, los contenidos comunes de Matemática estaban establecidos por bloques, Bloque 1: Números y funciones.

- Bloque 2: Álgebra y geometría.
- Bloque 3: Estadística y probabilidad.
- Bloque 4: Contenidos procedimentales del quehacer matemático.
- Bloque 5: Contenidos actitudinales.

Siendo el Bloque N° 2: Álgebra y Geometría, el de mayor interés para el presente trabajo.

Los contenidos de este bloque se presentan como:

- Ecuaciones e inequaciones. Formas de resolución de ecuaciones, inequaciones y sistemas (analítica, gráfica, etc.)
- Funciones polinómicas en una variable. Operaciones. Raíces de una función polinómica.
- Vectores en el plano y en el espacio. Operaciones: suma y producto por un escalar, producto interno (escalar) en el plano, producto interno y vectorial en el espacio.
- Curvas planas. Ecuaciones de la recta y el plano. Cónicas como lugar geométrico y como secciones de un cono de revolución.
- Ecuaciones de la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola. De acuerdo a los diseños curriculares para las distintas modalidades, solamente la modalidad Ciencias Naturales tenía como espacio a la Matemática en su 3° Año.

En el año 2013 se tiene en la Provincia de Catamarca los primeros egresados de la NES (Nueva Escuela Secundaria), que es obligatoria y constituye una unidad pedagógica y organizativa destinada a adolescentes y jóvenes que hayan cumplido con la Educación Primaria. Con una duración de seis (6) años, con excepción de la Educación Técnico Profesional con una duración de siete (7) años.

La NES se divide en dos (2) ciclos: Ciclo Básico, de tres (3) años de duración y de carácter común a todas las orientaciones; y Ciclo Orientado, de tres (3) años diversificado según distintas áreas

del conocimiento, del mundo social y del trabajo. En la modalidad Técnico Profesional se divide en un primer ciclo básico de tres (3) años y un segundo ciclo orientado de cuatro (4) años de duración. Se establece que las modalidades de Ciencias Naturales y Ciencias Exactas son las que contienen en su diseño curricular mayor cantidad de horas de clase de Matemática y los diseños curriculares de las escuelas técnicas tienen una base de contenidos en Matemática superiores a las otras modalidades, y mayor carga horaria de la asignatura.

2.4 Contenidos matemáticos para carreras de ingeniería

La resolución: Resolución 1232/01 del Ministerio de Educación de la Nación, con fecha 20 de diciembre de 2001 reza:

El objetivo de los estudios en Matemática es contribuir a la formación lógico-deductiva del estudiante, proporcionar una herramienta heurística y un lenguaje que permita modelar los fenómenos de la naturaleza. Estos estudios estarán orientados al énfasis de los conceptos y principios matemáticos más que a los aspectos operativos. Deben incluir Álgebra Lineal, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral en una y dos variables, Ecuaciones Diferenciales, Probabilidad y Estadística, además de temas de Análisis Numérico y Cálculo Avanzado.

El plan de estudios debe cubrir aspectos formativos relacionados con las ciencias sociales, humanísticas y todo otro conocimiento que se considere indispensable para la formación integral del ingeniero.

Se observa que en los contenidos de Matemática para las Carreras de Ingeniería si bien difieren de acuerdo a la Especialidad, también existen contenidos que son comunes a todas ellas.

La resolución 1232/01 establece en su ANEXO I que:

Las ciencias básicas abarcan los conocimientos comunes a todas las carreras de ingeniería, asegurando una sólida formación conceptual para el sustento de las disciplinas específicas y la evolución permanente de sus contenidos en función de los avances científicos y tecnológicos. La definición de los contenidos curriculares básicos -que las carreras deberán cubrir obligatoriamente por ser considerados esenciales para que el título sea reconocido con vistas a la validez nacional- constituye una matriz básica y sintética de la que se pueden derivar lineamientos curriculares y

planes de estudio diversos.

Los contenidos alcanzan no sólo la información conceptual y teórica considerada imprescindible, sino las competencias que se desean formar, dejándose espacio para que cada institución elabore el perfil del profesional deseado.

En las carreras de Ingeniería se considerarán 4 grupos básicos de materias:

Ciencias Básicas (Matemática, Física, Química, Sistemas de Representación), Tecnologías Básicas, Tecnologías Aplicadas, Complementarias. En el ANEXO II de la Resolución 1232/01 se constituye la Carga Horaria Mínima con las siguientes especificaciones:

La carga horaria mínima total del plan de estudio será de 3750 horas, recomendándose su desarrollo a lo largo de cinco años.

Recomendación indicativa:

Cada bloque debe tener como mínimo las horas totales de teoría, práctico y laboratorio correspondiente al 55% de la carga horaria homogeneizada según la siguiente tabla:

Tabla I	
Distribución de Horas en Grupos y Disciplinas de Ciencias Básicas	
GRUPO	HORAS
Ciencias Básicas	750
Tecnologías Básicas	575
Tecnologías aplicadas	575
Complementarias	175
TOTAL	2075
Tabla II	
Distribución de las 750 horas mínimas de Ciencias Básicas en disciplinas	
DISCIPLINAS	HORAS
Matemática	400
Física	225
Química	50
Fundamentos de Informática y Fundamentos de Informática	75
TOTAL	750

Estas 750 horas podrán completarse entre las materias específicas y alguna/s otra/s convenientemente integradas, según lo previsto en el punto II.5 del Anexo IV: "Estándares para la Acreditación"

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Tipo y diseño general del estudio

Los estudios descriptivos buscan especificar las

propiedades importantes de personas, grupos o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. Desde el punto de vista científico, describir es medir, esto es, en un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así describir lo que se investiga. [20].

En función de los objetivos de la investigación, este es un estudio descriptivo ya que se buscó representar o describir una situación o realidad en particular, mediante la utilización de una determinada estrategia, de la que se espera obtener información que permita caracterizar el “fenómeno” que se analiza y posibilite algunas respuestas a los interrogantes planteados. [21] afirma que las investigaciones descriptivas intentan describir las características de un fenómeno a partir de la determinación de variables o categorías ya conocidas. Según el tratamiento de la variable tiempo es un diseño longitudinal ya que plantea el análisis del problema de estudio a lo largo del tiempo, con el propósito de observar su dinámica. La recolección de información se realizará en diversas fechas considerándose para su estudio el primer cuatrimestre del primer año de la carrera correspondiente a la cohorte 2013.

Así la investigación se llevó a cabo con estudiantes de primer año de las Carreras de Ingeniería de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca. Se trabajó en la cátedra Álgebra con una muestra de 66 alumnos que cumplieron con el 80 % de asistencia a clases y trabajos prácticos, excluyéndose de la misma a alumnos reinscriptos y aquellos que cursaron carreras de nivel superior relacionadas con las matemáticas. La importancia de esta forma de selección se debe al hecho de que interesaba trabajar con alumnos que recién ingresaran al nivel universitario y estuvieran recibiendo conocimientos de Álgebra Lineal y Geometría Analítica.

3.2 Variables

La variable en estudio es el grado de desarrollo de habilidades o procedimientos matemáticos siendo las categorías de análisis a considerar las de identificar, interpretar, demostrar y graficar definidas [1].

Se desarrolló un instrumento de recolección de datos diseñados a tal fin, basándose en la resolución de situaciones problemáticas correspondientes a los diferentes contenidos matemáticos que se dictan en la carrera.

A continuación, se presentan los indicadores para cada dimensión, esto es la definición operacional. [22] afirma que la definición operacional de una variable significa, antes que nada, contextualizarla, decir como podrán ser constatadas sus variaciones en cierta situación concreta. En efecto, los indicadores se conciben como manifestaciones observables del concepto a medir, y el instrumento ideado para su evaluación.

Tabla 3: Definición Operacional de la Variable Grado de Desarrollo de Habilidades Matemáticas.

DIMENSION	INDICADORES
INTERPRETAR	Atribuye correctamente significado a las expresiones matemáticas.
	Atribuye en forma parcial significado a las expresiones matemáticas No atribuye correctamente significado a las expresiones matemáticas.
IDENTIFICAR	Distingue objetos matemáticos sobre la base de sus rasgos esenciales.
	Distingue parcialmente objetos matemáticos sobre la base de sus rasgos esenciales.
	No distingue objetos matemáticos sobre la base de sus rasgos esenciales.
GRAFICAR	Representa relaciones entre objetos matemáticos.
	Representa parcialmente relaciones entre objetos matemáticos
	No representa relaciones entre objetos matemáticos
DEMOSTRAR	Establece correctamente una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición matemática.
	No establece correctamente una situación finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición matemática.

3.3 Instrumentos de recolección de datos

Por tanto, en este trabajo se analizan aspectos relativos al aprendizaje de las matemáticas por parte de alumnos de Ingeniería, más precisamente de las asignaturas Álgebra y Geometría, se diseñó un instrumento evaluador basado en establecer relaciones entre los conceptos correspondientes a estas disciplinas tomando como indicadores el desarrollo de los procedimientos generales matemáticos anteriormente definidos. Dicho instrumento estuvo diseñado para que los alumnos resuelvan situaciones prácticas del Álgebra Lineal y constaba de seis ejercicios correspondientes a los temas Sistemas de Ecuaciones Lineales y Espacios Vectoriales, incluyéndose en este último eje temático el concepto de Base de un Espacio Vectorial y los elementos que lo componen (Dependencia Lineal y Conjunto Generador). El mismo constaba de seis ejercicios, o situaciones prácticas, que a continuación se describen:

Ejercicio N°1: Resolver el sistema de ecuaciones lineales homogéneo cuya matriz de coeficientes es:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Este ejercicio tenía por objetivo indagar en los estudiantes la habilidad o procedimiento matemático de Interpretar un sistema de ecuaciones lineales y su conjunto solución partiendo de la matriz de coeficientes del mismo. Requiere para su resolución la realización de operaciones elementales de filas y la habilidad matemática de Identificar una matriz en su forma escalonada reducida.

Ejercicio N°2: Sea el sistema de ecuaciones homogéneo cuya matriz de coeficientes A es de tamaño 4x6 y su reducida escalonada por filas tiene tres filas no nulas. Indique, justificando sus respuestas, cuál de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa:

- A - El sistema no tiene solución.
- B - El sistema es compatible determinado
- C - El sistema es compatible indeterminado
- D - El número de parámetros de la solución general es igual a 3.

En este segundo ejercicio se trabajó en forma coloquial y se evaluaron las habilidades matemáticas de Interpretar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. Se hace necesario para ello Identificar el Sistema de Ecuaciones Lineales Homogéneo a partir del tamaño de su matriz de coeficientes y el número de filas no nulas de su matriz escalonada reducida.

Ejercicio N°3: Indique si el conjunto solución del Sistema de Ecuaciones Lineales siguiente:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

Constituye un subespacio de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$. Justifique su respuesta. Interprete geoméricamente el sistema de ecuaciones y su conjunto solución.

En este ejercicio se hacen presentes los procedimientos generales matemáticos de Interpretar y Graficar, ya que el alumno deberá

representar las relaciones existentes entre los conceptos matemáticos de sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y el espacio vectorial respectivo y explicar su interpretación geométrica correspondiente.

Ejercicio N°4: Indique, justificando sus respuestas, si los siguientes conjuntos de vectores de $\mathbb{R}^3$ son linealmente independientes o linealmente dependientes.

$$A = \{(1, -1, 2); (0, 1, 1)\}$$

$$B = \{(1, 0, 1); (1, 1, 0); (2, 0, 2)\}$$

$$C = \{(1, 0, 1); (1, 1, 0); (0, 1, 1)\}$$

$$D = \{(1, 0, 1); (1, 1, 0); (0, 1, 1); (1, 1, 1)\}$$

$$E = \{(1, 0, 1); (0, 0, 0)\}$$

En este ejercicio el alumno pondrá de manifiesto los procedimientos generales matemáticos de Interpretar y de Demostrar, pues tendrá la posibilidad de fundamentar toda afirmación que se haga en la resolución del mismo, que será el resultado de la asimilación consciente de la acción o concepto correspondiente a la independencia o dependencia lineal. Es necesario identificar el objeto matemático, es decir el concepto de Dependencia Lineal.

Ejercicio N°5: Sea el espacio vectorial $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0\}$.

A- Indique, justificando su respuesta si los vectores del conjunto $A = \{(1, 0, 1); (0, -1, 1); (2, -1, -1)\}$ generan W.

B- Indique si los vectores del conjunto A son Linealmente Independientes o Linealmente Dependientes.

El primer apartado del Ejercicio 5 requiere el procedimiento general matemático de Demostrar que un conjunto de vectores es un Conjunto Generador de un Espacio Vectorial. La segunda parte de la situación planteada requiere de la Habilidad de Interpretar, la Dependencia Lineal de los vectores del conjunto A.

Ejercicio N°6: Sea el espacio vectorial $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0\}$.

A - Indique una base y dimensión de W. Interprete geoméricamente W. B - Es posible generar W con solo dos vectores del conjunto $A = \{(1, 0, -1); (0, -1, 1); (2, -1, -1)\}$. Justifique su respuesta.

En esta situación se evaluaron las habilidades matemáticas de Interpretar, Identificar Y Graficar, sobre la base de los conceptos de Base y Dimensión de un espacio vectorial.

3.4 Análisis de resultados

Se realiza un análisis cuantitativo teniendo en cuenta las respuestas de los alumnos y se establecen

tres categorías de respuestas. Se presentan gráficos de frecuencias de respuestas para cada uno de las seis situaciones planteadas en el instrumento de recolección de datos. Se consideran a este efecto respuestas correctas, y también aquellas que responden parcialmente los ejercicios planteados en el instrumento.

Se realiza un análisis de cada una de las respuestas y justificaciones de los alumnos a las situaciones planteadas en el instrumento de recolección de datos. En el análisis de las respuestas se establecen distintas categorías de manera de obtener un primer acercamiento a las concepciones que los alumnos lograron construir en relación con los conceptos de los temas sistemas de ecuaciones, espacios vectoriales y base de un espacio vectorial. De esa manera se evalúan las diferentes habilidades matemáticas definidas en Capítulo II.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

Análisis cuantitativo

En el Ejercicio N°1 del Instrumento Evaluador; cuyo objetivo fue que el alumno utilice el procedimiento general matemático de Interpretar un sistema de ecuaciones lineales y su conjunto solución partiendo de su matriz de coeficientes y a su vez se analiza la habilidad matemática de Identificar una matriz en su forma escalonada reducida.

Se puede observar que un total de diecinueve alumnos responden correctamente, mientras que once alumnos responden de forma parcialmente correcta. Se presentan diez respuestas incorrectas y veintiséis alumnos no responden. Se muestran en Figura N°1 los resultados de esta situación planteada en el Instrumento.

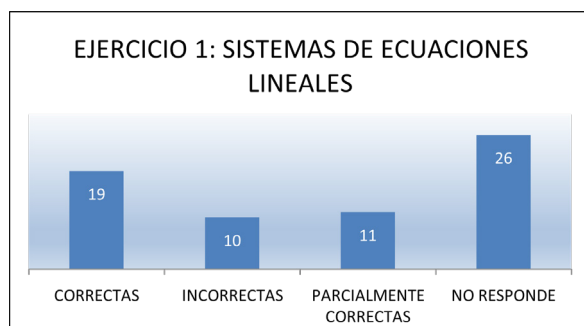


Figura 1: Frecuencias de respuestas de alumnos al Ejercicio 1 del Instrumento Evaluador.
Nota: Tema: sistemas de ecuaciones lineales.

El Ejercicio N°2 del Instrumento tiene por objetivo que el alumno utilice la habilidad matemática de

interpretar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. Este ejercicio fue planteado en forma coloquial. De un total de 66 alumnos que forman la muestra solo diecinueve responden correctamente la consigna, veintitrés resuelven parcialmente, quince responden en forma incorrecta y nueve no responden, según se observa en el Figura N°2.

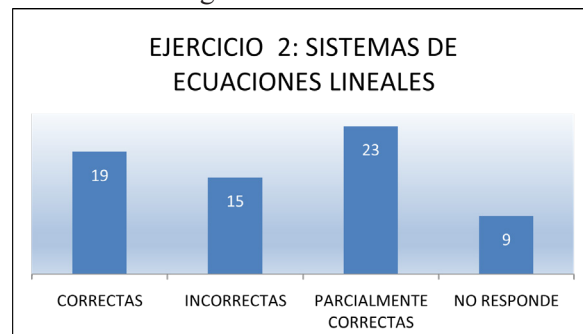


Figura 2: Frecuencias de respuestas de alumnos al ejercicio 2 del Instrumento Evaluador.

Nota: Tema: sistemas de ecuaciones lineales.

En el Ejercicio N°3 donde el alumno tiene que establecer la relación entre la solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo y el concepto de subespacio vectorial, requiriéndose la interpretación de conceptos como subespacios vectoriales e intersección de subespacios vectoriales, se planteó como objetivo que los alumnos utilicen los procedimientos generales matemáticos Identificar, Interpretar y Graficar.

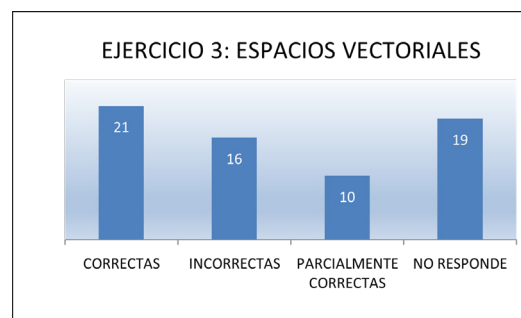


Figura 3: Frecuencias de respuestas de alumnos al Ejercicio 3 del Instrumento Evaluador.

Nota: Tema: Espacios Vectoriales.

Se obtuvieron los siguientes resultados; del total de 66 alumnos de la muestra, veintiuno (21) respondieron correctamente, diez (10) parcialmente bien, dieciséis (16) lo hacen en forma incorrecta y diecinueve (19) no respondieron según se observa en la Figura N°3.

La cuarta situación planteada requería de los discentes las habilidades matemáticas de interpretar y demostrar, a partir de conjuntos de vectores

del espacio vectorial (R^3 , $+$, R , $*$), se requería que indiquen si los mismos eran linealmente independientes o linealmente dependientes, lo que requiere la habilidad matemática de identificar. Las respuestas eran libres, es decir que podían responder a través de una demostración, de teoremas o de condiciones geométricas de los vectores. Los resultados de este ejercicio se presentan en Figura 4, donde se observa que dieciséis alumnos responden correctamente, quince lo hacen parcialmente, quince responden incorrectamente y veinte no responden.

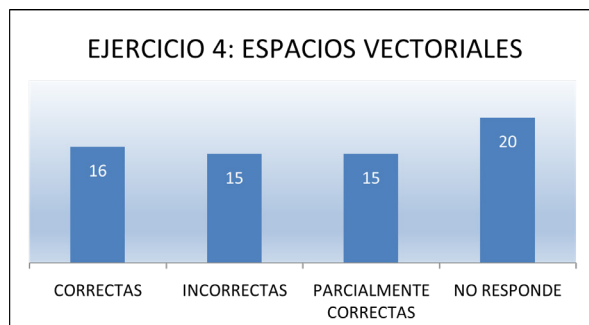


Figura 4: Frecuencias de respuestas de alumnos al ejercicio 4 del Instrumento Evaluador.
Nota: Tema: Espacios Vectoriales.

El Ejercicio N°5, que requería determinar si un conjunto de vectores genera un espacio vectorial determinado y si los mismos eran linealmente independientes o linealmente dependientes, fue diseñado para evaluar los procedimientos generales matemáticos de demostrar e interpretar. De los sesenta y seis alumnos que conforman la muestra, veintidós lo hacen correctamente, cuatro responden parcialmente bien, quince incorrectamente y veinticinco no responden la consigna, como lo muestra el Figura N°5.



Figura 5: Frecuencias de respuestas de alumnos al ejercicio 5 del Instrumento Evaluador.
Nota: Tema: Espacios Vectoriales.

En el ejercicio N°6 del Instrumento Evaluador se puede ver que de los 66 alumnos de la muestra solo veintidós respondieron correctamente, cinco

lo hicieron parcialmente bien, siete lo hicieron incorrectamente y treinta y dos no contestaron la consigna como se puede verse en el Figura N°6.



Figura 6: Frecuencias de respuestas de alumnos al ejercicio 6 del Instrumento Evaluador.
Nota: Tema: Espacios Vectoriales.

En esta situación tenía por objetivo evaluar las habilidades matemáticas de Interpretar, Identificar Y Graficar, sobre la base de los conceptos de Base y Dimensión de un espacio vectorial.

Análisis cualitativo

Ejercicio 1 y 2 – Tema: sistemas de ecuaciones lineales

Debido a la similitud de los Ejercicios N°1 y 2 se analizan las respuestas de los alumnos a ambas situaciones en forma conjunta, observándose lo siguiente:

Cuando utilizan correctamente los teoremas y definiciones respecto al tema sistema de ecuaciones lineales no tienen dificultades en determinar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, parametrizando correctamente el conjunto solución e interpretando correctamente la situación planteada. Así por ejemplo el Alumno A23 resuelve el sistema lineal homogéneo a partir de la matriz de coeficientes escalonada reducida:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aplica correctamente el Teorema de Rouché – Frobenius y determina la compatibilidad del sistema y calcula el número de parámetros de la solución general.

Con respecto a El Ejercicio N°2, presenta las respuestas a partir del número de filas no nulas de la matriz de coeficientes reducidas y el número de

variables:

“El sistema no puede ser compatible determinado ya que, al ser el número de variables mayor al número de filas no nulas de la matriz, existe al menos un parámetro”, también expresa que “el sistema es indeterminado ya que la solución debe parametrizarse debido a que el número de variables es mayor al número de filas no nulas”

En el mismo sentido el alumno A31 resuelve correctamente el Ejercicio N°1 numéricamente y respecto al Ejercicio N°2 determina el número de parámetros aplicando teoremas:

“Sistema homogéneo $r(A)$ y $r(A/B)$ son iguales, 2 ecuaciones y 3 incógnitas, $r(A/B)$ sería “Como existe por lo menos un parámetro $p = 1$ es un sistema compatible indeterminado”

b) Se presentan casos que el alumno resuelve correctamente el ejercicio planteado en forma matricial (Ejercicio N°1) pero no justifica correctamente sus respuestas cuando el problema se plantea en forma coloquial. Así por ejemplo el Alumno A9, obtiene la solución del sistema expresado en forma matricial, pero cuando se plantea un problema en forma coloquial (Ejercicio N°2) no justifica correctamente la respuesta. Expresa:

“Es compatible indeterminado pues posee infinitas soluciones posibles, según el valor de la 3ra incógnita.”

En el mismo sentido, el alumno A25 resuelve correctamente la situación presentada a través de su matriz de coeficiente parametrizando correctamente el conjunto solución, pero cuando se presenta el problema en forma coloquial plantea un ejemplo numérico que es resuelto correctamente.

El alumno A5 no justifica correctamente la segunda situación planteada: “Es compatible indeterminado porque tiene más incógnitas que ecuaciones y tiene solución infinita” a pesar de haber resuelto correctamente la primera parte del ejercicio.

c) Se presentan también alumnos que a pesar de interpretar correctamente la situación tienen dificultades en la mecánica de parametrización del conjunto solución de un sistema de ecuaciones. Así por ejemplo el alumno A44 respecto a la situación presentada en forma coloquial expresa: “Es compatible indeterminado porque tiene más incógnitas que ecuaciones y el sistema es homogéneo”, pero no parametriza el conjunto solución partiendo de la matriz de coeficientes de un sistema lineal homogéneo.

Ejercicio N°3 – Tema: Subespacios vectoriales

En este ejercicio, por ser las respuestas de carácter libre, es decir que el alumno podía resolverlo libremente aplicando herramientas desarrolladas en la teoría como en las clases prácticas de la asignatura Álgebra se pueden observar diferentes categorías de respuestas:

a) Alumnos que utilizan la demostración de que el conjunto solución del sistema de ecuaciones es subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$. Para poder justificar sus respuestas de esta manera tuvieron que resolver el sistema y parametrizar su conjunto solución. Por ejemplo, los alumnos A4 y A54, interpretaron correctamente el conjunto solución como una recta que pasa por el origen de coordenadas, parametrizaron su ecuación y demostraron a través de las condiciones suficientes que el conjunto solución del sistema es subespacio de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$.

No logran establecer la relación geométrica de que una recta que pasa por el origen es subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$.

b) Un grupo minoritario de alumnos de la muestra resuelve la situación planteada a partir de Teoremas trabajados en clases teóricas, con correctas justificaciones a sus respuestas y correctas interpretaciones geométricas del sistema y su conjunto solución. Así por ejemplo el alumno A12 afirma: “conjunto solución de un sistema homogéneo si constituye un subespacio de $\mathbb{R}^n$ siendo n es el número de variables.” Este grupo de alumnos interpreta geométricamente el sistema y su conjunto solución.

c) Mayoritariamente la justificación de las respuestas provino de la interpretación geométrica del sistema, de su conjunto solución y de los subespacios de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$. Así por ejemplo la respuesta del Alumno A3, afirmando “Si es un subespacio de $\mathbb{R}^3$, son 2 planos que pasan por el origen. El conjunto solución será una recta que pasa por el origen por lo tanto si es subespacio”, pero sin resolver el sistema.

d) Un grupo de alumnos tuvo dificultades en la habilidad matemática de Interpretar el ejercicio planteado. Ello se desprende de que, a pesar de resolver correctamente el sistema de ecuaciones, o interpretarlo geométricamente, no justifican correctamente si el conjunto solución es subespacio de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, *)$. Por ejemplo, los alumnos A18 y A25 resuelven correctamente el sistema, pero no pueden justificar si el conjunto solución del mismo es subespacio de $\mathbb{R}^3$.

Ejercicio N°4: Dependencia e independencia lineal

Para la cuarta situación planteada en el Instrumento de Recolección de Datos se observan diferentes categorías de respuestas:

a) Alumnos que resuelven los cinco apartados del ejercicio a través de la utilización de teoremas relativos al tema como por ejemplo el alumno A17 quién utiliza para los dos primeros apartados el concepto de combinación lineal “los vectores son L.D. porque el segundo se lo puede escribir como combinación lineal del primero por un escalar” o “es L.D. porque el primer vector es combinación del primero más el segundo”, en el cuarto apartado expresa “es L.D. porque hay más vectores que la dimensión $n = 4$ $3 n > m$.” y en la quinta situación expresa que “es L.D. porque en el conjunto de vectores está el vector nulo”. Similares respuestas se observan en el alumno A19.

b) Un grupo minoritario de alumnos utiliza para las dos primeras situaciones el contexto geométrico, para los dos finales utiliza teoremas. Así por ejemplo el alumno A14 expresa “Es L.D. por que los vectores son colineales”, para el segundo apartado y expresa para el cuarto y quinto apartado “son linealmente dependientes por qué son más vectores que la dimensión del espacio” o “son LD por que tiene el vector nulo”

c) Un grupo mayoritario de alumnos, que responde correctamente el ejercicio, opta por resolver la mayoría de los apartados a través de cálculos, que son realizados correctamente, excepto los apartados “D” y

“E” que son resueltos utilizando teoremas de mayor número de vectores que la dimensión del espacio y de la presencia del vector nulo en el conjunto.

Ejercicio N°5: Conjunto o sistema de generadores de un espacio vectorial.

Analizando las respuestas obtenidas se puede inferir que los alumnos resuelven el apartado “A” realizando los cálculos numéricos, pues no es de simple visualización que el conjunto de vectores dados genere el espacio vectorial W.

Con respecto al apartado “B”, donde se les solicita si un conjunto de vectores que genera el conjunto W del apartado anterior es linealmente independiente o dependiente, es notable lo predominante del algoritmo de cálculo ante el concepto geométrico. En este caso se pueden categorizar las respuestas de los alumnos en los siguientes grupos:

a) Un grupo mayoritario demuestra correctamente que el conjunto de vectores es Linealmente Dependiente.

b) Alumnos utilizaron la matriz reducida del apartado “A” del ejercicio para analizar la

dependencia o independencia lineal. Como la matriz cuadrada reducida tiene una fila nula los alumnos deducen que los vectores son linealmente dependientes. Alumno A8: “los vectores son LD porque realizando la misma operación, se anula la última fila, como en el apartado anterior”

c) Un grupo minoritario de alumnos responden utilizando un concepto geométrico de dimensión del espacio generado. El alumno A39 expresa “el conjunto será LD porque tres vectores generan un plano”. Solo un alumno A39 resuelve el segundo apartado del ejercicio desde una perspectiva geométrica es decir que si tres vectores generan un plano tienen que ser linealmente dependientes. Se observa que en esta situación particular dificultades en la habilidad matemática de Graficar.

Ejercicio N°6: Base de un espacio vectorial

En este ejercicio, donde se pedía determinar una base del espacio vectorial de W correspondiente al ejercicio anterior y se pregunta si es posible generar al espacio vectorial W con solo dos vectores de un conjunto determinado, se requiere de las habilidades o procedimientos generales matemáticos de Identificar, Interpretar y Graficar. Es notable que la mayoría de los alumnos determinen una base, realizan la interpretación geométrica correspondiente y mediante un ejemplo prueban que es posible generar a W con solo dos vectores del conjunto propuesto.

Algunas de las respuestas salientes de este ejercicio se detallan a continuación.

Alumno A1: “geométricamente es un plano que pasa por el origen y su dimensión es 2” “si es posible generar W con solo dos vectores del conjunto A: (1, 0, -1) y (0, -1, 1)”

Alumno A2: “base de W: (1, 1, -2); (3, 2 -5). W es de dimensión 2 y es un plano que pasa por el origen” “solo dos vectores de A si pueden generar W porque cumplen la condición $n > m$ de sistema generador y cumplen además la condición: $x + y + z = 0$ ”

Alumno A3: “W es un plano que pasa por el origen” “es posible generar W con dos vectores del conjunto A, estos son: (1, 0, 1) y (0, 1, 1) estos no son coplanares, son LI, y pueden generar también una base”

Alumno A4: “base: (1, 0, -1); (0, 1, -1), pues genera (x, y, -x-y) y es LI. Geométricamente son dos vectores que pasan por el origen y por lo tanto un plano que también pasa por el origen”

O sea, que analizando las respuestas correctas al apartado “A” y “B” se observa que no presentan dificultades en interpretar geométricamente a W, aunque presentan contradicciones entre las

respuestas de los Ejercicios 5 y 6, ya que un número importante de alumnos que interpreta geoméricamente a W como “plano que pasa por el origen”, indicando que es un espacio vectorial de dimensión 2, cuando tiene que responder si un conjunto de tres vectores que genera al mismo W son Linealmente Independientes o Dependientes realiza los correspondientes cálculos no pudiendo interpretar que tres vectores que generan un espacio de dimensión 2 son Linealmente Dependientes, a pesar de haber utilizado en el Ejercicio 4 el teorema que afirma que “si se tienen más vectores que la dimensión del espacio vectorial a que pertenecen, dichos vectores son Linealmente Dependientes”.

CAPITULO V: CONCLUSIONES

Analizando las frecuencias de respuestas de los alumnos a los ejercicios presentados en el instrumento de recolección de información se puede observar primeramente que más de la mitad de los discentes responden incorrectamente o directamente no resuelven las situaciones planteadas. Discriminando por temas las dificultades prevalecen en el tema Base de un Espacio Vectorial sobre los temas Sistemas de Ecuaciones Lineales y Espacios Vectoriales.

Con respecto a las habilidades o procedimientos generales matemáticos y teniendo en cuenta el análisis cualitativo realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Con respecto a la habilidad de Identificar, es decir distinguir un objeto matemático sobre la base de sus rasgos esenciales, no se observan en general dificultades para los contenidos analizados en la presente investigación. Con respecto al procedimiento general matemático de Demostrar, no se observan dificultades para demostrar que un conjunto W es subespacio de $(R^3, +, R, *)$ a través de las condiciones suficientes de la definición de espacio vectorial, para la determinación de la dependencia lineal de un conjunto de vectores como en demostrar que un conjunto de vectores es generador de un subespacio vectorial de $(R^3, +, R, *)$.
- En el análisis de la habilidad o procedimiento matemático de Interpretar, por parte de los alumnos, se puede concluir que en general no tienen dificultades con la interpretación de un sistema de ecuaciones, ni su conjunto solución cuando el mismo se presenta en forma matricial observándose, en casos particulares, dificultades en interpretar un sistema de ecuaciones lineales cuando el mismo se ha

planteado en forma coloquial. Con respecto a los temas espacios vectoriales, subespacios y su relación son los sistemas de ecuaciones lineales se puede afirmar, que los alumnos de la muestra seleccionada, no presentan dificultades para interpretar el conjunto solución del sistema como un subespacio de R^3 , siendo tres el número de variables del mismo, aunque si se observan dificultades en un grupo de alumnos en establecer la relación entre el conjunto solución del sistema como subespacio vectorial de R^3 , con la geometría del sistema de ecuaciones, es decir la intersección de dos planos que incluyen al origen del sistema de coordenadas. Analizando estas habilidades matemáticas en el tema base de un espacio vectorial, la mayor dificultad se observa en establecer relaciones entre la dimensión de un subespacio vectorial de $(R^3, +, R, *)$ generado por un conjunto de vectores y la dependencia o independencia lineal del mismo.

- Con respecto a la habilidad matemática de Graficar, se observa, que en general no presentan dificultades para la interpretación geométrica de vectores colineales o coplanares, como de ecuaciones de planos o rectas en R^3 . Si bien establecen correctamente las relaciones entre los conceptos colineal y coplanar con el concepto de dependencia lineal, presentan sus mayores dificultades en establecer las relaciones entre los conceptos de dimensión de un subespacio de R^3 , con el número de vectores que generan dicho subespacio. No logran establecer correctamente que en R^3 , existen subespacios de dimensión 3, de dimensión 2, de dimensión 1 y de dimensión 0.

Si se analizan los resultados de los Ejercicios referidos al tema Espacios Vectoriales y Base de un Espacio Vectorial y sus elementos que lo componen, es decir, dependencia lineal y sistema o conjunto de generadores de un espacio vectorial se observa claramente que no presentan mayores dificultades en la determinación de la dependencia o independencia de un conjunto de vectores a través de respectivos cálculos como así también determinar si ese conjunto de vectores es sistema o conjunto de generadores de un espacio vectorial determinado. Tampoco se observan dificultades en determinar si un conjunto es subespacio vectorial de $(R^3, +, R, *)$. Lo que si se observa y coincide con investigaciones realizadas es que las mayores dificultades no son referidas a los algoritmos de cálculo sino al estudio de las relaciones entre los conceptos como se establece en este

mismo capítulo, y más precisamente al contexto geométrico. Esta dificultad se ha producido tanto para los temas Subespacios Vectoriales como para Base de un Espacio Vectorial.

En función de estos resultados se sugiere establecer estrategias didácticas tendientes a enfatizar relaciones entre la geometría de un determinado concepto de Álgebra Lineal con sus respectivos contenidos. Por citar un ejemplo las relaciones geométricas entre un sistema de ecuaciones homogéneo con tres variables, su conjunto solución, son el concepto de subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$, o enfatizar las relaciones entre un conjunto de vectores, la dimensión del subespacio de $\mathbb{R}^3$ generado por dicho conjunto y el concepto de dependencia o independencia lineal. También se pueden enfatizar estas relaciones en otros temas de la asignatura como Transformaciones Lineales, Autovalores y Autovectores de una Matriz para luego generalizar los resultados a espacios abstractos como $(\mathbb{R}^n, +, \cdot, *)$. La puesta en marcha de estas estrategias puede dar lugar al planteo de nuevas preguntas de investigación en educación en esta rama de las matemáticas.

REFERENCIAS

- [1] H, Hernández. (1989). *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza Superior Cubana*. La Habana: Cuba. CONFEDI.
- (2007). Competencias Genéricas de Ingeniería. Documento Final.
- [2] D. Montgomery, and G. Runger (1998). *Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería*. Editorial McGraw-Hill. Mexico D. F.
- [3] J. Delgado Rubí. (1997). Un sistema de habilidades generales para la enseñanza en la Matemática. La Habana: ISPJAE.
- [4] CONFEDI. (2007). Competencias Genéricas de Ingeniería. Documento Final.
- Hernández Fernández, H., Delgado Rubí, J., Fernández de Alaíza, B., Valverde Ramírez, L., & Rodríguez Hung, T. (2001). Cuestiones de didáctica de la matemática. Conceptos y procedimientos en la educación polimodal y superior. Rosario: Homo Sapiens.
- [5] C. Herrera, and C. Verón. (2009). El desarrollo de Habilidades Matemáticas en Geometría Analítica. Congreso Regional de Ciencia y Tecnología. Norte Grande 2009. Catamarca. Publicado en Actas, p. 60.
- [6] L. Medina, C. Herrera and S. Aroca (2009). Habilidades de demostración y justificación como indicadores del proceso de asimilación de contenidos. Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA, pp. 41-45.
- [7] C Herrera, C. Elena and M. Aranda (2010). Procedimientos generales matemáticos en alumnos de primer año de Ingeniería. Congreso Mundial y Exposición Ingeniería 2010. Capítulo: Formación del Ingeniero para el Desarrollo Sostenible. FIDS. Argentina. Buenos Aires.
- [8] J Dorier, A, Robert, J Robiner and Rogalsky. (2001). Teaching and learning linear algebra in the first year of French Science University. Equipe Didactique des Mathématiques. Laboratoire Leibniz Grenoble. Ponencia presentada en II Congreso Europeo sobre Educación en Matemática. Mariánské. República Checa.
- [9] J Hillel. (2000). Modes of Description and the Problem of Representation in Linear Algebra. En J.-L.
- [10] A. Sierpinska (1996). Problems related to the design of the teaching and learning process in Linear Algebra. Research Conference in Collegiate Mathematics Education, Central Michigan University.
- [11] Soto, (2003). Un estudio sobre las dificultades para la conversión gráfico-algebraicas relacionadas con los conceptos básicos de la teoría de espacios vectoriales en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. Cinvestav. IPN. Mexico, DF México.
- [12] A Sierpinska. (2000). On Some Aspects of Students' Thinking in Linear Algebra. En J. L. Dorier (Ed.), *On the Teaching Linear Algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [13] J Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 191–207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [14] C Herrera, C Nuñez, H Dip, N Rodríguez, N., and Elena, C. R. (2006). Rendimiento y Calidad de Asimilación de contenidos de Álgebra y Geometría Analítica. Período 1999-2005. Experiencias Docentes en Ingeniería, pp. 441-448.
- [15] C Elena and C Herrera (2007). El desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos de primer año de Ingeniería. Reunión de Educación Matemática. Unión Matemática Argentina. FAMAF, Córdoba.
- [16] N. Talizina. (1984). Conferencias sobre los Fundamentos de la Enseñanza en la Educación Superior. DEPEs. Universidad de la Habana. Cuba.
- [17] M Parraguez González and A Okaç (2012). Desarrollo de un esquema del concepto espacio vectorial. *Paradigma*, 33(1), 103-134.
- [18] A. Okaç, M Trigueros and X Vargas (2006). Understanding of Vector Spaces. A Viewpoint from APOS Theory. En CD-ROM Proceedings of

the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics.

[19] D Kú, D., Trigueros, M., and Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la teoría APOE. *Educación Matemática*, 20(2), 65-89.

[20] R Hernández Sampieri, C Fernández Collado and P Baptista Lucio (2003). *Metodología de la Investigación*. Tercera Edición.

[21] J Yuni, and Urbano, C. (2003). *Técnicas para investigar y formular proyectos de investigación*. Editorial Brujas. Córdoba, Argentina.

[22] R Vieytes (2004). *Metodología de la Investigación en Organizaciones, Mercado y Sociedad. Epistemología y Técnicas*. Editorial de las Ciencias. Buenos Aires, Argentina.

PROPUESTA DIDÁCTICA DE EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS EN LA CARRERA INGENIERÍA EN INFORMÁTICA DE LA FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS DE LA UNCA

*Carola Victoria Flores**

**Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca. Catamarca, Argentina.*

TEACHING PROPOSAL FOR COMPETENCY BASED ASSESSMENT IN THE COMPUTER ENGINEERING DEGREE AT THE FACULTY OF TECHNOLOGY AND APPLIED SCIENCES OF UNCA

RESUMEN: El Consejo Federal de Decanos de Facultades de Ingeniería de la República Argentina (CONFEDI) aprobó la “Propuesta de Estándares de Segunda Generación para la Acreditación de Carreras de Ingeniería en la República Argentina”, impulsando un cambio en las carreras de ingeniería hacia un modelo de enseñanza centrado en el desarrollo de competencias específicas y genéricas. Ante este nuevo escenario, la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCA (FTyCA) está en proceso de adaptación a este enfoque. El presente trabajo tiene como objetivo realizar una propuesta para evaluar el desarrollo de competencias en la carrera de Ingeniería en Informática, tomando como caso de estudio la asignatura Ingeniería de Software I. Para ello, se diseñó una propuesta didáctica basada en la enseñanza y evaluación por competencias. Los tres elementos clave considerados fueron: la modalidad de enseñanza, los métodos de aprendizaje y el sistema de evaluación. El resultado es una propuesta que incluye una rúbrica para evaluar las competencias blandas definidas. Esta propuesta puede adaptarse y contextualizarse a otras asignaturas de la carrera de Ingeniería en Informática de la FTyCA, así como a otras carreras, realizando las modificaciones necesarias.

Palabras claves: Innovación didáctica, competencias en ingeniería, evaluación de competencias.

ABSTRACT: The Federal Council of Deans of Engineering Faculties of the Argentine Republic (CONFEDI) approved the “Second Generation Standards Proposal for the Accreditation of Engineering Programs in the Argentine Republic,” promoting a shift in engineering programs towards a competency-based education model focused on the development of both specific and generic competencies. In light of this new framework, the Faculty of Technology and Applied Sciences (FTyCA) of the National University of Catamarca (UNCA) is in the process of adapting to this approach. This paper aims to present a proposal for assessing the development of competencies in the Computer Engineering program, taking the subject Software Engineering I as a case study. To achieve this, a didactic proposal was designed based on competency-based teaching and assessment. The three key elements considered were the teaching method, the learning processes, and the evaluation system. The result is a proposal that includes a rubric for assessing soft skills. This proposal can be adapted and contextualized to other subjects in the Computer Engineering program at FTyCA, as well as to other degree programs, with the necessary modifications.

Keywords: Innovative didactics, engineering competencies, competency-based assessment.

INTRODUCCIÓN

La incorporación de competencias en el currículo representa uno de los cambios más significativos en las carreras de ingeniería en la República Argentina. Para enfrentar este desafío curricular, es necesario actualizar las estrategias de enseñanza, definir claramente las competencias a desarrollar y establecer los mejores métodos para que los estudiantes las adquieran. Se espera que los egresados posean una formación integral que incluya tanto el “saber” como el “saber hacer” y el “saber ser”. El “saber hacer” no se obtiene únicamente a través de la acumulación de conocimientos, sino mediante la aplicación práctica de dichos conocimientos durante el

proceso de aprendizaje. Por ello, una propuesta didáctica debe incluir actividades que fomenten el desarrollo de estas competencias.

El CONFEDI presentó el 6 de junio de 2018 a la Secretaría de Políticas Universitarias (SPU) una propuesta de nuevos estándares de acreditación de carreras. Este documento, conocido como el “Libro Rojo”, fue consensado por más de 100 Facultades de Ingeniería de todo el país y propone un *modelo de aprendizaje centrado en el estudiante y orientado al desarrollo de competencias*, tanto genéricas de egreso del ingeniero (argentino e iberoamericano), como específicas de cada carrera. La propuesta se ajusta a la Resolución 989/2018 del Ministerio de Educación de Argentina, que establece los estándares para la acreditación de

carreras de grado, y se alinea con las Actividades Reservadas Profesionales aprobadas por la Resolución 1254/18 [1].

Estos cambios requieren innovaciones educativas a nivel institucional, curricular y pedagógico, con especial énfasis en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este contexto, la propuesta didáctica planteada en este trabajo aborda estas innovaciones, centrándose particularmente en la evaluación de competencias, que es un componente esencial para la mejora curricular.

1.1 Propuesta didáctica

Una propuesta didáctica es un plan estructurado y detallado que tiene como objetivo orientar el proceso de enseñanza y aprendizaje en un contexto educativo específico. Para Litwin [2], la propuesta didáctica es una herramienta que permite al docente diseñar experiencias de aprendizaje significativas y promover el desarrollo integral de los estudiantes. Incluye varios elementos clave: objetivos de aprendizaje; contenidos; metodologías de enseñanza; modalidades de enseñanza; recursos didácticos y evaluación.

1.2 Enfoque por competencias en la enseñanza y aprendizaje

Las competencias en las carreras de ingenierías de nuestro país son abordadas desde el año 2000 por el CONFEDI de la República Argentina.

De allí que el CONFEDI [3, p. 16] define “*competencia* es la capacidad de articular eficazmente un conjunto de esquemas (estructuras mentales) y valores, permitiendo movilizar (poner a disposición) distintos saberes, en un determinado contexto con el fin de resolver situaciones profesionales”. Luego de varias reuniones especificó competencias genéricas de egreso para los ingenieros [4], que deben desarrollarse a lo largo de todas las carreras de ingeniería. Cada facultad, en su marco institucional y del proyecto académico individual, determinará para sus carreras, la estrategia de desarrollo de ellas. Esto lleva a que las carreras de ingenierías cambien su proceso de enseñanza y aprendizajes para basarse en competencias.

La enseñanza basada en competencias, se orienta hacia el progreso en los educandos de *conocimientos, habilidades y destrezas, actitudes y valores* que resultan importantes para el desarrollo de funciones sociales, la ejecución de tareas y resolución de problemas que se generan

en los ámbitos donde se desenvuelve (familiar, comunitario o laboral) como se muestra en la Figura 1 [5].



Figura 1. Componentes de la competencia
Fuente: adaptación de De Miguel Díaz [5]

1.3 Modelo del proceso de enseñanza y aprendizaje por competencias

Para la propuesta de este trabajo se toma como referencia el modelo planteado por De Miguel Díaz [5], quien considera que los elementos clave que configuran el trabajo a la hora de considerar competencias en la planificación metodológica son los siguientes (Figura 2): las competencias a alcanzar, las modalidades organizativas o escenarios para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje, los métodos de trabajo a desarrollar en cada uno de estos escenarios, y los procedimientos de evaluación a utilizar para verificar la adquisición de las metas propuestas.



Figura 2. Modelo del proceso de enseñanza aprendizaje por competencias. Fuente: De Miguel, M. et al. [5]

1.4 Evaluación educativa

El término evaluación es una palabra que se utiliza a menudo con distintos sentidos, y para referirnos a distintos “objetos” a evaluar. En este trabajo se considerará la *evaluación educativa* en

el Nivel Superior. Litwin [6] define la evaluación como parte del proceso didáctico que implica para los estudiantes una toma de conciencia de los aprendizajes adquiridos y, para los docentes, una interpretación de las implicancias de la enseñanza en esos aprendizajes.

La evaluación es el proceso mediante el cual se *recopilan evidencias* para emitir un juicio en base a esas evidencias, teniendo en cuenta *criterios preestablecidos* para tomar decisiones pedagógicas, y finalmente dar una retroalimentación al estudiante para mejorar su idoneidad [7].

En la evaluación se deben señalar *criterios de evaluación*, con la suficiente amplitud que permita la práctica de un proceso realmente educativo, capaz de ser regulado en su camino en función de las necesidades y circunstancias de cada persona y del entorno en el que tiene lugar la educación [8].

1.4.1 Funciones y tipología de la evaluación

Las funciones y tipología de la práctica evaluativa de Casanova citadas por la Leyva Barajas [9] se clasifican en:

- Según su *normotipo*, o el referente que se utiliza para evaluar al estudiante, se identifican dos tipos principales: *Nomotética* (normativa o criterial): en este tipo de evaluación, el referente es externo al estudiante. Es decir, se evalúa comparando su rendimiento con criterios preestablecidos o con el rendimiento de un grupo normativo. En la evaluación *normativa*, el rendimiento del estudiante se compara con el de otros estudiantes, mientras que en la criterial se evalúa en función de un estándar fijo de logro, independientemente del rendimiento del grupo. *Ideográfica* el referente evaluador son las capacidades que el estudiante posee y sus posibilidades de desarrollo en función de sus circunstancias particulares, es decir, un referente absolutamente interno a la propia persona evaluada.
- Según su *funcionalidad* de la evaluación se puede clasificar como: *Diagnóstica* proporciona información acerca de los conocimientos y las habilidades previas del estudiante. *Formativa* el objetivo es ofrecer orientaciones y sugerencias a los estudiantes durante el proceso de aprendizaje para mejorarlo, lo cual permite llevar a cabo ajustes y adaptaciones de manera progresiva durante el curso.

Sumativa se centra en los resultados del aprendizaje; se orienta a verificar el cumplimiento de los objetivos y estándares previamente determinados en el programa, y permite emitir un juicio de acreditación académica.

- Según su *temporalidad*, depende el momento en el que se realiza. *Inicial* es la que se realiza al comienzo de una etapa educativa (un ciclo, módulo o unidad didáctica, etc.). Permite reconocer el estado y el nivel de los estudiantes en relación con el saber. *Procesual* se realiza durante todo el desarrollo de un trayecto o proyecto curricular, cumple con la función formativa, la cual consiste en la valoración, a través de la recogida continua y sistemática de datos del proceso educativo del estudiante. *Final*. Se realiza al término de un ciclo, área curricular, unidad didáctica o etapa educativa de un periodo instructivo para determinar la consecución de los objetivos planteados.
- Según sus *agentes*, de acuerdo con las personas que en cada caso realizan la evaluación, se dan procesos de: *Autoevaluación* cuando el estudiante evalúa su propio trabajo. *Coevaluación* es cuando los estudiantes o grupos se evalúan mutuamente. *Heteroevaluación* es realizada por personas distintas al estudiante o sus iguales.

1.4.2 Programa de evaluación

Según Camillioni [10] indica que la evaluación de los aprendizajes se realiza sobre la base de un programa de evaluación que está constituido por un conjunto de *instrumentos de evaluación* al servicio de la enseñanza y del aprendizaje. Un programa de evaluación y cada uno de los instrumentos de evaluación que lo integran deben cumplir con ciertas condiciones, las características generales que deben reunir, aunque con distinto grado de relevancia, son cuatro: validez, confiabilidad, practicidad y utilidad.

Cuando se evalúa se pretende valorar los aprendizajes de los estudiantes, es decir se realiza un conjunto de acciones orientadas a la obtención y registro de información, evaluándose la conducta o rendimiento de los estudiantes.

La calificación suele expresarse mediante una tipificación numérica que pretende expresar la valoración de los aprendizajes logrados por el estudiante, y puede expresarse de forma

cualitativa, o de forma cuantitativa. La calificación se considera el proceso de asignar una nota la que se pretende expresar el grado de suficiencia o de insuficiencia de los conocimientos, destrezas o habilidades de un estudiante como resultado de la aplicación de algún tipo de prueba, actividad, examen o proceso. Es muy importante tener adoptados previamente y con claridad los criterios que van a fundamentar la calificación final para cada estudiante, teniendo en cuenta que tales criterios deben ser establecidos por los equipos docentes, y reflejados en la programación general [10].

1.4.3 Técnicas e Instrumento de evaluación

Las técnicas de evaluación son procedimiento que utiliza el evaluador para recoger sistemáticamente información sobre el objeto evaluado y medir el aprendizaje, según Ibarra citado en Hamodi, López Pastor y López Pastor [11].

Los instrumentos de evaluación son dispositivos a través de los cuales se recaba información de calidad como evidencia del aprendizaje alcanzado del estudiante, estas evidencias son objeto de interpretación por los docentes con la finalidad de construir juicios de valor que permitan la toma de decisiones pedagógicas [10].

El la Tabla 1 muestra un conjunto de técnicas e instrumentos habituales en el ámbito universitario, clasificado por el grado de formalidad.

1.4.4 Sistema de evaluación por competencias

La evaluación basada en competencias se caracteriza por privilegiar el desempeño del estudiante ante situaciones reales o simuladas propias del contexto, más que enfocar las actividades a los contenidos académicos como en el caso de la evaluación tradicional [12] [13]. También analiza los contenidos teóricos, pero lo hace teniendo como base el desempeño, es decir, la actuación ante situaciones y problemas [7].

El desarrollo de las competencias requiere ser comprobado en la práctica, mediante el cumplimiento de criterios de desempeño o criterios de evaluación claramente establecidos. Por lo tanto, se deben diseñar instrumentos para que el estudiante demuestre con evidencias que puede realizar las tareas de la competencia.

1.4.5 Supuestos de la evaluación por competencia

Para realizar una evaluación de este tipo se debe:

- Determinar con toda claridad las tareas que proporcionarán a los estudiantes la oportunidad de adquirir y manifestar las capacidades que van a ser evaluadas.
- Asumir que la evaluación es una parte integral del aprendizaje.
- Evaluar por medio de criterios objetivos

Tabla 1: Clasificación de técnica e instrumentos de evaluación.
Fuente: elaboración propia en base al marco teórico del trabajo.

No Formales	Semiformales	Formales
Se realizan durante toda la clase y no requieren mayor preparación.	Se realizan en clase y requieren tiempo de preparación.	Se realizan al finalizar una unidad o periodo de tiempo determinado. La planificación y valoración es más riguroso.
Observaciones espontáneas Situaciones orales	Ejercicios prácticos en clase	Observación sistemática
<i>Instrumentos</i>	<i>Instrumentos</i>	<i>Instrumentos</i>
• Exposiciones	• Mapa conceptual	• Lista de cotejo
• Conversaciones o diálogos	• Mapa mental	• Registro descriptivo
• Debates	• Red semántica	• Registro anecdótico
	• Análisis de casos	• Guía de observación
	• Diario de clase	• Escalas
		• Rubrica
Preguntas de exploración	Trabajos prácticos	Evaluación o exámenes escritos
<i>Instrumentos</i>	<i>Instrumentos</i>	<i>Instrumentos</i>
• Guía de preguntas	• Informe	• Pruebas de desarrollo
	• Ensayo	• Pruebas objetivas
	• Portfolio	• Ejercicios interpretativos
	• Escala de valoración	
	Entrevista	Evaluación o exámenes orales
	<i>Instrumento</i>	<i>Instrumentos</i>
	• Guía de preguntas	• Guía de pregunta
	Encuesta	
	<i>Instrumento</i>	
	• Cuestionario	
	Trabajos monográficos e investigaciones	
	<i>Instrumentos</i>	
	• Informe	
	• Ensayo	
	• Monografía	
	• Portfolio	

que consideren indicadores válidos de cada una de las competencias. Esos criterios de evaluación expresan los comportamientos que deben manifestar los estudiantes al desarrollar determinadas tareas.

- *Retroalimentar* al estudiante.
- Realizar la evaluación en múltiples tiempos, formas y contextos.
- Efectuar la *autoevaluación*, es una capacidad que se requiere desarrollar permanentemente en el proceso de evaluación.

1.4.6 Proceso para evaluar competencias

En la evaluación por competencias debe considerarse el proceso que se describe en la Figura 3.

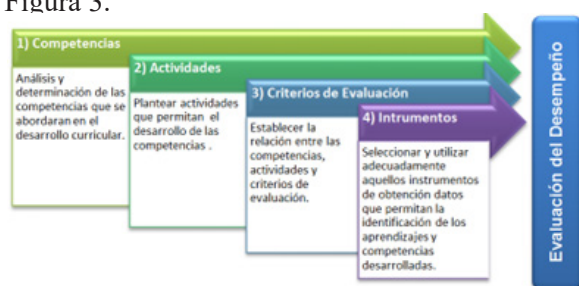


Figura 3. Proceso para evaluar competencias.

Fuente: elaboración propia a partir del marco teórico.

1.4.7 Instrumentos más usados en la evaluación por competencias

Los instrumentos más utilizados para evaluar competencias son:

- Rúbricas: establecer criterios claros y objetivos para evaluar el desempeño en una tarea específica.
- Portfolios: recolectar evidencias del aprendizaje a lo largo del tiempo, permitiendo una evaluación más integral y formativa.
- Foros: promover la reflexión y la comunicación entre los estudiantes, evaluando sus habilidades de argumentación y colaboración
- Escalas de valoración: evaluar el desempeño en diferentes dimensiones de una competencia, utilizando una escala numérica o descriptiva.

MATERIALES Y MÉTODOS Ó METODOLOGÍA

El trabajo se fundamenta en una propuesta didáctica, basada en un paradigma de enfoque cualitativos, el cual se desarrolló utilizando la técnica de estudio de caso, con el propósito de observar detalladamente un contexto específico y comprender en profundidad la realidad y los

fenómenos que emergen. El estudio fue llevado a cabo en la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas (FTyCA) de la Universidad Nacional de Catamarca, tomando como caso la asignatura Ingeniería de Software I de la carrera de Ingeniería en Informática.

La población de estudio está conformada por los estudiantes de tercer año que cursaron la asignatura mencionada, considerándose este grupo como prueba piloto.

En cuanto a las variables del estudio, se abordaron las competencias tecnológicas, sociales, políticas y actitudinales. Los datos fueron recolectados utilizando diferentes instrumentos: las evaluaciones parciales vigentes en la cátedra, trabajos prácticos (TP) basados en competencias. Asimismo, se emplearon tanto fuentes de información primaria, obtenidas directamente del contexto estudiado, como fuentes secundarias provenientes de bibliografía y estudios de casos relacionados. El procesamiento de datos incluyó técnicas de análisis de contenido aplicadas a los instrumentos vigentes.

Las fases y actividades desarrolladas para este trabajo incluyeron la generación del marco teórico, el diseño de la propuesta indicando los cambios realizados al modelo tradicional generación del informe del trabajo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Diseño de la propuesta de innovación didáctica

Para la construcción de la propuesta didáctica se tomó en cuenta el modelo planteado por De Miguel Díaz [5] descripto en la introducción y los elementos de una propuesta didáctica. Se definieron las modalidades, métodos de enseñanza y aprendizaje, como así también el sistema de evaluación de los aprendizajes alcanzado por los estudiantes.

3.1.1 Modalidades de enseñanza

Para la propuesta se plantean actividades presenciales y no presenciales.

Actividades presenciales:

- Clases teórica: donde se imparte los conocimientos necesarios para abordar la resolución de problemas de ingeniería que aborda la asignatura.
- Clases prácticas: donde se construyen los conocimientos.
- Tutorías: en estas secciones se analizan los

problemas que se presenten en el desarrollo de las tareas planteadas. Se realizarán actividades de consultas por grupos de trabajos, para ver los avances de la práctica domiciliaria.

Trabajo no presencial:

- Trabajo en grupo: donde los estudiantes deben trabajar en grupos para realizar los modelos de ingeniería de software referentes al análisis de sistemas y presentar un informe.
- Trabajo autónomo e individual: cada estudiante toma la responsabilidad de realizar una parte del trabajo, el cual debe ser consensuado por el grupo.

3.1.2 Métodos de enseñanza y aprendizaje

En este punto se describen los métodos y técnicas, como así también los contenidos, resultados de aprendizajes, competencias a evaluar, las actividades y los recursos didácticos utilizados para desarrollar la propuesta.

Métodos y técnicas propuestos

Se consideran los siguientes métodos para la propuesta:

1) Método expositivo con clases magistrales

En las *clases teóricas* se propone este método, en las que se imparte los conceptos y aspectos esenciales de los diferentes temas (unidades didácticas). La duración prevista no es superior, en ningún caso, a los 40 minutos.

Técnicas:

- Explicación oral de conceptos: se expondrán las categorías teóricas que se requieren para abordar el desarrollo del TP. Se estimula la participación del estudiante en las discusiones efectuadas en el aula, así mismo, el profesor hace preguntas y provoca a los estudiantes para comprobar el grado de comprensión.
- Ejemplificación: con esta estrategia se pretende explicar mediante casos conocidos conceptos o ideas complejas, para acercar al estudiante al tema desarrollado.

2) Aprendizaje basado en problemas

Se propone este método para el desarrollo de trabajos prácticos donde los estudiantes deben construir conocimiento a partir de contenidos, habilidades y capacidades adquiridas previamente. Para ello se usa un problema guía, el cual presenta un sistema de información real que está inmerso una organización o empresa, se realiza una

representación de los procesos de negocios que se presentan en el contexto del sistema al que hay que dar una solución mediante un software. Se hace una descripción detallada de cómo trabaja la organización o empresa, se detallan las actividades y también se exponen las necesidades explícitas solicitadas por el cliente, quien solicita el sistema software a desarrollar.

3) Aprendizaje colaborativo

Para las *clases prácticas y tutorías* se propone este método, como así también para el trabajo en grupo y el trabajo autónomo e individual.

Técnicas:

- Trabajo en equipo: se trabaja en grupos de hasta 3 estudiantes para abordar el problema guía. Se pretende que la actividad en grupos colaborativos desarrolle el pensamiento reflexivo o multicausal, estimule la formulación de juicios, la identificación de valores, el desarrollo del respeto y la tolerancia por la opinión de los otros, como “un legítimo otro”.
- Lectura guiada por el docente: se asiste a los estudiantes en el abordaje del problema guía.
- Debate dirigido: docentes de la asignatura se reunirán con los grupos para ver y analizar los modelos establecidos por los estudiantes.

Contenidos Formativos

Se seleccionan los contenidos para la configuración didáctica que pertenecen a la Unidad 3: *Modelado del Análisis* del programa de la asignatura Ingeniería de software I.

Eje temático considerado para la propuesta fue el *Modelado orientado a objetos* con los siguientes contenidos: métodos orientados a objetos; Obtención de requerimientos. Modelo de casos de uso y Lenguaje Unificado de Modelado (UML): Diagramas de casos de uso. Diagrama de clases. Diagramas de interacción.

Resultados de aprendizajes o metas

Se pretenden lograr que el estudiante:

- Identifique los elementos del modelo de análisis y genere los artefactos¹ correspondientes.
- Identifique los aspectos éticos referidos a los requerimientos del cliente.
- Utilice un lenguaje de modelado adecuado para abstraer los elementos del problema guía abordado y generar los distintos artefactos del modelado.

¹ Artefactos en la ingeniería de software es un producto tangible resultante del proceso de desarrollo de software (modelos, diagramas, código fuente, etc.).

- Utilice herramientas CASE² para la generación de artefactos integrantes del modelo de análisis según la metodología de desarrollo de software.
- Aplique un estándar para documentar el modelo de análisis.
- Genere un Documento de Especificación de Requerimientos de Software (ERS).

Competencias definidas

Se definen las competencias que debe desarrollar el estudiante en el cursado de la asignatura (Tablas 2 y 3), y que se aportan en la asignatura desagregadas por capacidades y agrupadas por competencias según CONFEDI [3].

Tabla 2: Competencias Tecnológicas definidas para la asignatura.

Fuente: Estas competencias son parte de las 10 competencias genéricas definidas CONFEDI [3].

Competencia	Capacidad
Competencia 1: Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.	Capacidad para identificar y formular problemas.
	Ser capaz de identificar y organizar los datos pertinentes al problema.
	Ser capaz de evaluar el contexto particular del problema e incluirlo en el análisis.
	Ser capaz de delimitar el problema y formularlo de manera clara y precisa.
	Capacidad para controlar y evaluar los propios enfoques y estrategias para abordar eficazmente la resolución de los problemas.
	Ser capaz de usar lo que ya se conoce; identificar lo que es relevante conocer, y disponer de estrategias para adquirir los conocimientos necesarios.
Competencia 2: Concebir, diseñar y desarrollar Proyectos de ingeniería (sistemas, componentes, productos o procesos)	Capacidad para diseñar y desarrollar proyectos de ingeniería.
	Ser capaz de definir los alcances de un proyecto.
	Ser capaz de modelar el objeto del proyecto, para su análisis
Competencia 4: Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería.	Capacidad para identificar y seleccionar las técnicas y herramientas disponibles.
	Ser capaz de acceder a las fuentes de información relativas a las técnicas y herramientas y de comprender las especificaciones de las mismas.
	Ser capaz de identificar, seleccionar y manejar las técnicas y herramientas disponibles.

Tabla 3: Competencias sociales, políticas y actitudinales definidas para la asignatura.
Fuente: Estas competencias son parte de las 10 competencias genéricas definidas CONFEDI [3].

Competencia	Capacidad
Competencia 6: Competencia para desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.	Capacidad para identificar las metas y responsabilidades individuales y colectivas y actuar de acuerdo a ellas.
	Ser capaz de respetar los compromisos (tareas y plazos) contrados con el grupo y mantener la confidencialidad.
	Capacidad para reconocer y respetar los puntos de vista y opiniones de otros miembros del equipo y llegar a acuerdos.
	Ser capaz de escuchar y aceptar la existencia y validez de distintos puntos de vista.
Competencia 7: Competencia para comunicarse con efectividad	Ser capaz de expresarse con claridad y de socializar las ideas dentro de un equipo de trabajo.
	Capacidad para producir e interpretar textos técnicos (memorias, informes, etc.) y presentaciones públicas.
	Ser capaz de expresarse de manera concisa, clara y precisa, tanto en forma oral como escrita.
Competencia 8: competencia para actuar con ética, responsabilidad profesional y compromiso social, considerando el Impacto económico, social y ambiental de su actividad en el contexto local y global	Ser capaz de manejar las herramientas informáticas apropiadas para la elaboración de informes y presentaciones.
	Capacidad para actuar éticamente
	Ser capaz de identificar las connotaciones éticas de diferentes decisiones en el desempeño profesional.

Actividades Definidas

El trabajo será realizado en equipos de hasta 3 participantes para abordar el problema guía. En las Tablas 4 se exponen en forma general las actividades según contenido, método y técnicas de enseñanzas a utilizar.

² Se usa la sigla CASE por su abreviatura en ingles de Computer Aided Software Engineering, que hace referencia a las herramientas de Ingeniería de Software Asistida por Computadora.

Tabla 4: Actividades para el eje temático Modelado Orientado a Objetos.
Fuente: Elaboración propia.

Contenido	Métodos y Técnicas	Actividades
Métodos orientados a objetos	Explicación de conceptos Ejemplificación	Exploración los conocimientos previos para activarlos o generarlos. Exposición de conceptos utilizando presentación con dispositivos. Exposición de ejemplos relacionando los conceptos con otras materias ya cursadas.
Obtención de requerimientos	Resolución de problema de ingeniería	Leer y analizar el planteo del problema guía para la
Identificación de elementos del modelo de negocio o contexto. Identificación de requerimientos funcionales y no funcionales.	Lectura guiada por el docente Trabajo en equipo	Identificación de: Los procesos del negocio. Límites y elementos del sistema. Actores (clientes, usuarios y empresas, otros sistemas). Los requerimientos y listarlos según sean funcionales y no funcionales. Generación modelo del negocio y del dominio.
Obtención de requerimientos		Analizar los aspectos éticos a tener en cuenta en el proceso de desarrollo de software. Identificación de normas y leyes a considerar para desarrollar el sistema software. Verificar que estén considerados los aspectos éticos en la lista de requerimientos.
Consideraciones éticas centrada en la actividad de elicitación de requerimientos	Debate dirigido	
Modelo de casos de uso.	Explicación de conceptos	Identificación de los elementos del diagrama.
Lenguaje Unificado de Modelado (UML)	Resolución de problema de ingeniería	Modelar las relaciones de los elementos
Diagramas de casos de uso, clases e interacción.	Trabajo en equipo Tutoría	Construir y describir los diagramas. Utilizar una herramienta CASE para generar los diagramas.
Documento de Especificación de requerimientos de Software (ERS)	Aprendizaje basado en problemas Trabajo en equipo Tutoría	Generación del informe de ERS. Presentar y defender el documento de ERS con el formato del estándar IEEE 830/1998.

Articulación entre competencia y actividades

Las Tablas 5 y 6 muestran la articulación de actividades con relación a las competencias definidas.

Tabla 5: Actividades para la generación de competencias tecnológicas.
Fuente: Elaboración propia.

Competencia	Capacidad	Actividad
Competencia 1: Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.	Ser capaz de identificar y organizar los datos pertinentes al problema.	Identificación de requerimientos funcionales y no funcionales
	Ser capaz de evaluar el contexto particular del problema e incluirlo en el análisis.	Identificación de elementos y procesos del negocio Generar los modelos de análisis
	Ser capaz de delimitar el problema y formularlo de manera clara y precisa	Realización modelo del contexto, negocio y dominio. Generación de la lista de requerimientos
	Ser capaz de usar lo que ya se conoce; identificar lo que es relevante conocer, y disponer de estrategias para adquirir los conocimientos necesarios.	Incorporación de modelos aprendidos en otras asignaturas. Búsqueda de los recursos necesarios para desarrollar los modelos de análisis. Trabajar en equipo para abordar el problema planteado
	Ser capaz de definir los alcances de un proyecto	Identificación de alcances definidos en la ERS
	Ser capaz de modelar el objeto del proyecto, para su análisis	Generación de modelos de análisis de sistemas software con las dos metodologías funcional y OO.
Competencia 2: Conocer, diseñar y desarrollar Proyectos de ingeniería (sistemas, componentes, Productos o procesos)		Lectura de material de clase
	Ser capaz de acceder a las fuentes de información relativas a las técnicas y herramientas y de comprender las especificaciones de las mismas.	Interpretación y aplicación de conceptos para modelar Instalación y uso de herramientas CASE y ofimáticas
		Aplicación de técnicas de modelado
	Ser capaz de identificar, seleccionar y manejar las técnicas y herramientas disponibles.	Generación de los distintos diagramas. Uso de herramientas CASE

Tabla 6: Actividades para la generación de Competencias sociales, políticas y actitudinales.
Fuente: Elaboración propia.

Competencia	Capacidad	Actividad
Competencia 6: Competencia para desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.	Ser capaz de respetar los compromisos (temas y plazos) contrados con el grupo y mantener la confiabilidad.	Desarrollo del trabajo práctico y tiempo de entregas
	Ser capaz de escuchar y aceptar la existencia y validez de distintos puntos de vista.	Trabajar en equipo para abordar el problema guía sobre el proceso de desarrollo de software. Tutorías
	Ser capaz de expresarse con claridad y de socializar las ideas dentro de un equipo de trabajo.	Debate dirigido para analizar el problema guía Tutorías sobre los avances del TP.
Competencia 7: Competencia para comunicarse con efectividad	Ser capaz de expresarse de manera concisa, clara y precisa, tanto en forma oral como escrita.	Elaboración del informe sobre la especificación de requerimientos Presentación del trabajo realizado en forma oral para ser guio en consideración por sus compañeros y docente.
	Ser capaz de manejar las herramientas informáticas apropiadas para la elaboración de informes y presentaciones.	Elaboración del informe sobre la especificación de requerimientos utilizando un procesador de texto. Respetar y seguir los lineamientos de la Norma IEEE 830 para especificar requerimientos. Elaboración de la presentación para mostrar el trabajo realizado utilizando software de presentaciones.
	Ser capaz de identificar las connotaciones éticas de diferentes decisiones en el desempeño profesional.	Debate dirigido para: Analizar los aspectos éticos a tener en cuenta en el proceso de desarrollo de software. Identificación de normas y leyes a considerar para desarrollar el sistema software. Incorporación de los aspectos éticos a los requerimientos del cliente.

3.1.3 Recursos didácticos

Para llevar a cabo la propuesta se proponen los siguientes recursos:

- Aula Virtual (Moodle) de la asignatura.
- Infraestructura y Equipamiento: laboratorio de Informática con pizarra y proyector.
- Herramientas de Ingeniería de Software Asistida por Computadora (CASE): Software Ideas Modeler.
- Herramientas ofimáticas: procesador de texto y generador de presentaciones.
- Herramientas de trabajo colaborativo: Google Drive ó DropBox.

3.1.4 Sistema de evaluación

Para determinar el sistema de evaluación se realizaron las siguientes actividades:

- Análisis de instrumentos de evaluación de la asignatura.
- Diseño o mejora de los instrumentos considerando evaluación por competencias. Para esta actividad seleccionaron los tipos de instrumentos adecuados según las técnicas de enseñanza y aprendizajes que se definen para la asignatura.
- Definición de los criterios de evaluación y calificación utilizada.
- Generación del sistema de evaluación y protocolo de retroalimentación

Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación definidos comprenden tanto el desempeño en clase como evaluaciones escritas, oral y del trabajo práctico.

Se definen las siguientes instancias de evaluación:

- Evaluación formativa o continua: el estudiante debe cumplimentar el TP y hacer las correcciones que se le indique, dentro de los plazos que se señale. Se cuenta con una instancia de evaluación oral del TP, donde los estudiantes deben exponerlo y defenderlo.
- Evaluación sumativa: se tomará al finalizar cada eje temático, consiste en una prueba escrita que abordará íntegramente las capacidades y contenidos desarrollados.
- Asistencia a los encuentros de un 80%.

Calificación utilizada

La escala que se usa en la asignatura es numérica de 0 a 10, y el criterio para regularizar es obtener una nota de 5 o más, y 4 o más para acreditar (examen final). Para regularizar se usa una calificación integradora cuya nota final se integra en una sola calificación mediante el cálculo del promedio.

Sistema de evaluación de la asignatura

El sistema de evaluación definido para el eje temático contiene las siguientes técnicas y tipos de instrumentos de evaluación:

- Evaluaciones parciales: se tomaron pruebas objetivas.
- Trabajos prácticos.

Para definir el programa de evaluación (ver Tabla

7) se utiliza algunas de las funciones y tipología de la práctica evaluativa de Casanova citadas por Leyva Barajas [9].

Tabla 7: Sistema o Programa de evaluación definido.

Fuente: Elaboración propia.

Funcionalidad o finalidad de la evaluación	Transparencia de la evaluación	Método o instancia	Forma expresión/ título	Técnica de evaluación	Instrumento
Evaluación diagnóstica Conocimiento inicial de las capacidades de los estudiantes	Inicial Al inicio de cada eje temático	Cualitativa	Oral	Diálogo dirigido	Pregunta abierta
Evaluación formativa Reguladora de los procesos de enseñanza y de aprendizaje	Procesual Durante el desarrollo de trabajos prácticos	Cuantitativa Cualitativa	Escrito Observación en clase	Trabajo práctico Resolución de problemas Observación sistemática	Informe del trabajo práctico Escala de valoración Rubrica
Evaluación sumativa Certifica logros de Aprendizaje	Final Al finalizar el eje temático	Cuantitativa	Escrito	Evaluaciones parciales	Pruebas objetivas

Diseño de la Rubrica

Para los TPs se agrega la *técnica de Observación* y como *instrumento una rúbrica* atendiendo a evaluar las competencias sociales, políticas y actitudinales que debe desarrollar el estudiante en el cursado de la asignatura. El diseño de la rúbrica se muestra en la Tabla 8.

La rúbrica diseñada es de tipo analítica con una escala tipo Likert con los siguientes valores para las opciones.

Insuficiente (1)	Necesita mejorar (2)	Satisfactorio (3)	Sobresaliente (4)
------------------	----------------------	-------------------	-------------------

Tabla 8: Rubrica para evaluar las competencias sociales, políticas y actitudinales.

Fuente: Elaboración propia.

Aspecto/Escala de desempeño	Insuficiente -1	Necesita mejorar -2	Satisfactorio -3	Sobresaliente -4
Ser capaz de respetar los compromisos (tiempos y plazos) contraindicados con el grupo y mantener la confidencialidad.				
Participación	No participa de debates y diálogos	Tiene muchas dificultades para participar.	Participa poco en los debates y diálogos.	Participa siempre de los debates y diálogos.
Atención al trabajo del equipo	Rara vez se enfoca en el trabajo. Otro que otro haga el trabajo.	Algunas veces se enfoca en el trabajo. El equipo debe a veces recordarle que se mantenga atento al trabajo.	La mayor parte del tiempo se enfoca en el trabajo. El equipo puede contar con esta persona.	Se mantiene enfocado en el trabajo. Al concluir su trabajo, apoya a sus compañeros.
Entrega de trabajo en tiempo y forma	Rara vez termina sus actividades para la fecha límite. El equipo ha tenido que trabajar en sus tareas.	Se demora, pero siempre tiene sus actividades realizadas para la fecha límite. El equipo no tiene que trabajar en sus tareas.	Cumple, tiene tiempo durante todo el proyecto, pero pudo haberse demorado en un aspecto. El equipo no tiene que trabajar en sus tareas.	Siempre entrega a tiempo lo que le corresponde. El equipo no tiene que trabajar en sus tareas.
Calidad de su trabajo	Entrega trabajo que, por lo general, necesita ser corregido o rehacerlo por otros para asegurar su calidad.	Ocasionalmente entrega trabajo que necesita ser revisado o rehacerlo por el equipo para asegurar su calidad.	Generalmente entrega trabajos de calidad.	Siempre entrega trabajos con la más alta calidad.
Ser capaz de escuchar y aceptar la existencia y validez de distintos puntos de vista.				
Respeto y colaboración	No es respetuoso en sus respuestas a otros colaboradores. No acepta la crítica.	En algunas ocasiones no es respetuoso con el resto de los colaboradores y puede responder de manera conflictiva.	Colabora de manera respetuosa. En caso de desacuerdo, evita el conflicto o responde de manera poco asertiva.	En sus participaciones colabora de manera respetuosa y en caso de desacuerdo recurre al diálogo.
Armonía en el grupo de trabajo	Los recursos que tiene no los utiliza por falta de respeto a su grupo de trabajo.	Acepta el trabajo, pero no mantiene la armonía en el grupo.	Si punto de vista lo tiene claro en el trabajo en grupo.	Mantiene siempre la armonía en el grupo.
Ser capaz de expresarse con claridad y de socializar las ideas dentro de un equipo de trabajo.				
Contribución individual al trabajo del equipo	Rara vez proporciona ideas útiles cuando participa. A veces no hace o se relucía a hacer lo que le corresponde.	Algunas veces proporciona ideas útiles cuando participa. Es un miembro satisfactorio del grupo que hace lo que se le pide.	Generalmente proporciona ideas útiles cuando participa. Es un miembro fuerte del grupo que se esfuerza.	Siempre proporciona ideas útiles al equipo y en clase. Es un líder definido que contribuye con mucho esfuerzo.
Argumentación	Expone sólo opiniones y no argumentos.	Pocos de sus ideas son claras.	La mayoría de sus ideas son claras y las argumenta.	Presenta argumentos y sus ideas son claras y profundas.
Contenido expuesto y sus relaciones	Sus aportaciones demuestran que no tiene conocimiento sobre el tema.	Sus aportaciones demuestran un conocimiento vago sobre el tema.	En sus aportaciones demuestra conocimiento sobre el tema.	En sus aportaciones expresa conocimiento amplio sobre el tema.
Ser capaz de expresarse de manera concisa, clara y precisa, tanto en forma oral como escrita.				
Manejo del lenguaje	En sus participaciones no expone ideas propias.	En sus participaciones no expresa las ideas con claridad.	En sus participaciones expresa las ideas con suficiente claridad.	En sus participaciones expresa las ideas con total claridad y estructuración.
Comunicación oral. Presentación final del trabajo.	No utiliza técnicas de comunicación oral.	Utiliza algunas técnicas de comunicación oral.	Utiliza la mayoría de las técnicas de comunicación oral.	Utiliza correctamente todas las técnicas de comunicación oral.
Puntajes	11	22	33	44
Calificación	La nota será equivalente al porcentaje del total del puntaje obtenido, donde 44 puntos es el máximo puntaje 100% y esto equivale a una nota 10.			

³ Técnicas de comunicación oral: mira a la audiencia, utiliza el volumen adecuado, modula el tono, refuerza el mensaje verbal mediante gestos, no incluye muletillas en el discurso, etc.

3.2 Cambios realizados al modelo tradicional usado

En la propuesta se agregaron actividades para cubrir las cuestiones éticas “Competencia 8: competencia para actuar con ética, responsabilidad profesional y compromiso social, considerando el impacto económico, social y ambiental de su actividad en el contexto local y global” (ver Tabla 6: Actividades para la generación de Competencias sociales, políticas y actitudinales).

Se cambió la forma de abordar el trabajo en clase, donde se marcaba la separación entre teoría y práctica, con el empleo del nuevo modelo no se elimina la parte teórica que es fundamental para tener los conocimientos necesarios al abordar la resolución de problemas, sino que se la aborde junto a la práctica para que los estudiantes observen claramente la utilización de los saberes en la práctica.

Se cambió el sistema o programa de valuación ya que se debe considerar la *evaluación ideográfica*, donde se tiene como referente evaluador las capacidades que el estudiante ha desarrollado y sus posibilidades de progreso en función de sus circunstancias particulares. Al programa se le agregó los instrumentos de observación de rubrica. El nuevo sistema o programa de evaluación formativa y sumativa permitirá valorar tanto los productos finales de las actividades como el proceso de aprendizaje de los estudiantes. En la Figura 4 se observa un esquema del proceso evaluativo propuesto.

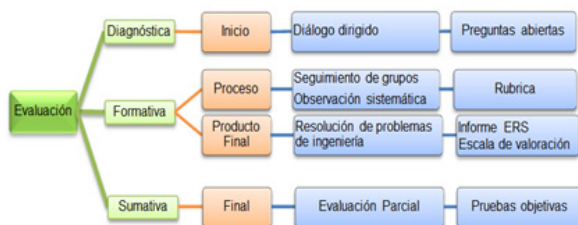


Figura 4. Esquema del proceso evaluativo.

Fuente: elaboración propia a partir del marco teórico.

3.3 Discusión

Se plantean y ponen en discusión aspectos sobre la evaluación por competencias que se abordan en el trabajo.

3.3.1 Metodología de enseñanza y de aprendizaje

Para poder realizar una formación de los estudiantes basadas en competencias, se deben realizar *proyectos formativos integradores*

donde se ejecuten tareas afines a la profesión y se considere como eje central el aprendizaje significativo, esto llevó a abordar y redefinir la metodología de enseñanza y aprendizaje de la asignatura para lograr el objetivo final, con la propuesta se buscó que los estudiantes desarrollen competencias tanto específicas como generales realizando articulación de conocimientos con otras asignaturas, también se propició actividades afines a la profesión. Chávez, Martínez, & Cano [14] y Giraldo, Ruiz, Rosero, & Zapata [15] realizan propuestas metodológicas y estrategias didácticas con proyectos integradores similares, coinciden con la propuesta en que este tipo de metodología permite a los estudiantes contextualizar las prácticas propiciando la formación basada en competencias.

3.3.2 Problemas para acreditar competencias

En la FTyCA se percata aún el problema planteado por Ilarri et al. [16] y Galán, Ramírez, & Pacheco [17], donde indican lo difícil que resulta evaluar por competencias, ya que aún persiste la evaluación tradicional de conocimientos y procedimientos (competencia técnica y metodológica) y se deja de lado las competencias sociales, políticas y actitudinales. Con la propuesta planteada se considera este tipo de evaluación, centrando su atención en el aprendizaje basado en problemas y el trabajo colaborativo usando la rúbrica como instrumento, se espera sea un punto de partida hacia la evaluación de competencias.

3.3.3 Evaluación del desempeño

Fernández & Bueno [13] y Alsina, et al. [12] indican que la evaluación por competencias requiere valorar el desempeño del estudiante en la ejecución de tareas, la cual no puede dejar de lado los conocimientos y actitudes. En tanto Giraldo, Ruiz, Rosero, & Zapata [15] expresan que el desempeño se valida si las prácticas están inmersas en ambientes reales de la industria. Lo planteado por los autores se puede apreciar en la propuesta, ya que al utilizar el método de aprendizaje basado en problemas y el desarrollo de trabajos prácticos, se pretende aproximar al estudiante a problemas reales, para los cuales se modelará una solución ejecutando tareas propias de la profesión.

Díaz Barriga Arceo & Hernández Rojas [18] indican que las técnicas de evaluación del desempeño deberán ser variadas y acordes con la

intencionalidad educativa. También es necesario evaluar la calidad de los artefactos que elabora cada estudiante, por lo que en la propuesta se emplearon diferentes técnicas. Pero la observación permite evidenciar el ejercicio de una competencia utilizando la *rúbrica* para evaluar el proceso y la *escala de valoración* para evaluar el producto final.

3.3.4 Evaluación del proceso

El objetivo de un modelo por competencias es motivar los estudiantes mediante métodos y técnicas más dinámicas, que acompañe al modelo expositivo convencional, y de este modo, dedicar mayor tiempo en el aula para las actividades prácticas; lo que conlleva a reconfigurar el programa de evaluación de la asignatura, para darle más énfasis a la evaluación del proceso de la parte práctica; como afirman Alsina et al. [12, p. 18] “Enseñanza, aprendizaje y evaluación son procesos inseparables que, si bien podemos organizarlos en momentos diferentes, adquieren pleno significado cuando interactúan entre ellos”.

3.3.5 Trabajo colaborativo

Es difícil evaluar el trabajo colaborativo por ser una tarea subjetiva, pero la utilización de un instrumento como la *rúbrica* que considere niveles y categorías bien definidas permite realizar esta actividad más objetivamente. Como lo establecen los antecedentes de artículos que usan las *rubricas* para evaluar el trabajo colaborativo [19] [20]. Lo positivo de observar y analizar el trabajo colaborativo con un instrumento de evaluación como la *rúbrica*, permitirá al equipo de cátedra tener criterios e indicadores claros para evaluar.

3.3.6 Criterios de evaluación claros y bien definidos

Los criterios, entendidos como los resultados esperados en términos de productos de aprendizaje, son la base para evaluar y establecen las condiciones para inferir el desarrollo de la competencia. Pese a que se diseñan *rubricas* para evaluar diferentes aspectos como ser competencias tecnológicas y propias de la disciplina o competencias sociales, políticas y actitudinales, como es el caso de este trabajo, el objetivo fundamental de las *rubricas* es reducir la subjetividad durante el proceso de evaluación como consecuencia de la ambigüedad inherente a la comunicación humana; lo mismo que plantean Battaglia, Martínez, Otero, Neil, &

De Vincenzi [19] y Yucely, Ampuero, Infante, Fariñas, & Verona [21].

Tanto las *rubricas* como las escalas de valoración permiten estandarizar la evaluación de acuerdo a criterios claros, específicos, simples y cuantificables, logrando una calificación más simple y transparente.

CONCLUSIONES

En el modelo por competencias el profesor debe aprender a innovar, enseñar contextualizando los problemas y considerando el aprendizaje significativo, y el estudiante se instruye para mejorar sus resultados de aprendizaje, dando lugar a que la evaluación sea el centro de la innovación didáctica, y permita incorporarse a la nueva realidad educativa que impone el aprendizaje centrado en el estudiante y las competencias.

Los cambios sobre los estándares de acreditación para las carreras de ingeniería traen consigo la necesidad de una innovación didáctica, la cual se debe planificar para aumentar las posibilidades de lograr el cambio esperado; esto es la base que de la propuesta en la asignatura Ingeniería de Software I. No obstante, es necesario reconocer que cuando más ambiciosos son los cambios, mayor es la probabilidad al fracaso, por tal motivo se comenzó a considerar competencias en un eje temático de la asignatura, pero se pretende ir abarcando todos los contenidos del programa.

La combinación de modalidades (clases teóricas, prácticas, tutorías, trabajo en grupo y autónomo) y métodos de enseñanza (expositivo, aprendizaje colaborativo y basado en problemas) permitirán a los estudiantes acercarse al conocimiento de distintas maneras. El trabajo colaborativo y el aprendizaje basado en problemas con actividades contextualizadas aproximarán a los estudiantes a la realidad y al ejercicio profesional. La incorporación en la evaluación educativa de técnicas de observaciones formales y sistemáticas como la *rúbrica* permitirá evaluar el desempeño de los estudiantes.

La propuesta presentada constituye un punto de partida válido que centra su atención en la evaluación educativa utilizando técnicas de observación, dando lugar a que esta sea objetiva. Por lo tanto, la *rúbrica* ayuda a que los estudiantes conozcan qué se espera de ellos, y que el profesor no evalúe intuitivamente.

Si se quiere evaluar competencias se debe tener en cuenta la enseñanza y el aprendizaje basado en competencias, por lo cual, en el trabajo no solo se

hizo hincapié en la evaluación educativa, también se consideró el desarrollo del proceso formativo y cambiar la metodología de enseñanza y de aprendizaje. Lo que llevó a redefinir las prácticas docentes para hacerlas dinámicas e interactivas, donde el profesor guía el proceso pedagógico, y el estudiante es más activo y responsable de su propio aprendizaje. En la propuesta se utilizaron situaciones de aprendizaje que acercan al estudiante a la realidad por medio de actividades contextualizadas y en torno a la futura práctica profesional; y la interdisciplinariedad como eje fundamental en la integración de saberes y competencias, donde la evaluación es un medio para aprender.

El objetivo general del trabajo fue desarrollar una propuesta de evaluación por competencias en la asignatura Ingeniería de Software I, para abordar competencias en la carreras de ingeniería, no solo se debe cambiar el proceso de evaluación, sino también, considerar todo el trayecto formativo, planificando proyectos integradores interdisciplinarios, realizando modificaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para incorporar prácticas profesionales situadas centradas en el estudiantes y tener como eje fundamental el aprendizaje significativo.

Por último, *todo proceso de innovación está contextualizado*, por lo que no es transferible tal cual está a otro contexto o a la práctica profesional, no se puede hablar simplemente de adopción de una innovación, sino que se debe hablar de una recreación donde el receptor juegue un papel activo de reconstrucción y adaptación de la innovación. Por lo expuesto la propuesta presentada puede ser adaptada para asignaturas que involucren partes del proceso de desarrollo del software, también en forma general la innovación pedagógica basada en competencias la pueden adoptar otras cátedras.

Referencias

[1] CONFEDI, «Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina “Libro Rojo de CONFEDI”,» 01 junio 2018. [En línea]. Available: https://confedi.org.ar/download/documentos_confedi/LIBRO-ROJO-DE-CONFEDI-Estandares-de-Segunda-Generacion-para-Ingenieria-2018-VFPublicada.pdf. [Último acceso: 25 marzo 2024].

[2] E. Litwin, *El oficio de enseñar. Condiciones y contexto*, Buenos Aires: Paidós, 2012.

[3] CONFEDI, *Competencias en ingeniería*, 1era

edición ed., CONFEDI, Ed., Mar del Plata. Buenos Aires: Universidad de FASTA Ediciones, 2014.

[4] CONFEDI, «Marco conceptual y definición de estándares de acreditación de las carreras de ingeniería. Libro Oro Verde,» 2017.

[5] M. De Miguel Diaz, *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio Metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior*, España: Universidad de Oviedo, 2005.

[6] E. Litwin, «La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza,» de *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, Buenos Aires, Paidós, 1998, pp. 11-34.

[7] A. Herrera Collins, et.al., *Manual Cómo elaborar pruebas objetivas*, DR México: INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL. CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS No. 13 “RICARDO FLORES MAGÓN”, 2010.

[8] M. A. Casanova, *Evaluación y calidad de centros educativos*, Madrid: La Muralla, 2004, pp. 67-102.

[9] Y. E. Leyva Barajas, «Evaluación del Aprendizaje: Guía práctica para los profesores,» México, Marzo 2010. [En línea].

[10] A. R. W. Camilloni, S. Celman, E. Litwin y M. d. C. Palou de Maté, «La Calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran,» de *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, Buenos Aires, Paidós, 2001.

[11] C. Hamodi, V. M. López Pastor y A. T. López Pastor, «Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en educación superior,» *Perfiles Educativos*, pp. 146-161, 2015.

[12] J. Alsina, T., et.al., *Evaluación por competencias en la universidad: las competencias transversales*. Cuadernos de docencia universitaria, Barcelona: EDITORIAL OCTAEDRO, 2011.

[13] T. J. Fernández y R. C. Bueno, «Evaluación de competencias profesionales en educación superior: retos e implicaciones,» *UNED Facultad de Educación*, vol. Vol. 19, nº Núm. 1, 2016.

[14] A. D. Chávez Rojas, D. E. Martínez y A. R. d. G. Cano, «Proyectos integradores como estrategia didáctica para fortalecer las competencias de aprendizaje en los estudiantes del Instituto Tecnológico de Colima,» de *Casos y experiencias compartidas en las ciencias*. *Academia Journals*, 2014, pp. pp 199-203.

[15] P. J. E. Giraldo, N. M. A. Ruiz, N. C. A. Rosero

y P. L. N. Zapata, «Formación en competencias específicas para la industria del software colombiano. Experiencias del uso del aprendizaje basado en proyectos,» *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, vol. Vol. 1, n° Nro 27, 2016.

[16]S. Ilarri, J. Merseguer, R. Trillo, D. Pérez y F. J. Berlanga, «Tecnologías wiki en la docencia de Ingeniería Informática»,» *ReVisión*, vol. Vol 5, n° No 1 , 2012.

[17]J. Y. I. Galán, G. M. A. Ramírez y O. J. D. Pacheco, «Evaluación por competencias. Entre la tradición y el cambio,» *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, vol. Vol. 1, n° Nro 2., 2014.

[18]F. Díaz Barriga Arceo y G. Hernández Rojas, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista, México, D.F.: McGraw-Hil, 2002.

[19]N. Battaglia, R. Martínez, M. Otero, C. Neil y M. De Vincenzi, «Autoevaluación Colaborativa por medio de Rúbricas en Entornos Virtuales de Enseñanza y Aprendizaje,» de *II JORNADA ARGENTINA DE TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y CREATIVIDAD*, Buenos Aires, 2016.

[20]R. A. Gómez, M. J. C. González y M. F. J. Rodríguez, «Evaluación de competencias en Ingeniería de Software mediante competición,» Ciudad Real, 2012.

[21]L. T. Yucely, M. A. Ampuero, A. A. L. Infante, E. K. Fariñas y M. S. Verona, «Evaluación del desempeño de roles en equipos de desarrollo de software. Utilización de escalas de valoración,» *Revista chilena de ingeniería*, vol. Vol. 26, n° N° 3, pp. pp. 486-498, 2018.

SECUENCIA DIDÁCTICA SOBRE SECCIONES CÓNICAS A TRAVÉS DE OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE EN EL MARCO DE LA TEORÍA DE LOS DIFERENTES ESTILOS DE APRENDIZAJE

Verón C. A. y Herrera C.**

** Facultad de Tecnología y Cs. Aplicadas – Universidad Nacional de Catamarca – San Fernando del Valle de Catamarca*

DIDACTIC SEQUENCE ABOUT CONICAL SECTIONS THROUGH THE USE OF VIRTUAL LEARNING OBJECTS IN THE FRAME OF THE THEORY OF THE DIFFERENT LEARNING STYLES

RESUMEN: Experiencias de cátedra en las asignaturas Geometría Analítica y Matemática Aplicada de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCA muestran que en general los estudiantes logran un manejo aceptable de las ecuaciones correspondientes a las secciones cónicas, pero no logran un aprendizaje completo y estructural de la temática, vinculando los diferentes registros de representación. Se observa además que desarrollan un aprendizaje más basado en técnicas memorísticas que desde la comprensión real de cada figura geométrica. Por ello se planteó como objetivo diseñar una propuesta didáctica para el estudio de las cónicas mediante el uso de OVA (Objetos Virtuales de Aprendizaje), contemplando los estilos de aprendizaje de los alumnos en las cuatro diferentes etapas que se definen del proceso de enseñanza y aprendizaje, y los modos de pensamiento (sintético-geométrico, analítico-aritmético y analítico-estructural), de modo que logren un aprendizaje significativo, utilizando como herramienta de apoyo el software dinámico GeoGebra. Para la propuesta de innovación educativa se siguió el modelo de Barraza Macías que comprende desde la identificación del problema, la implementación mediante actividades para concluir con la propuesta de evaluación y se espera que contribuya al logro de un mejor desempeño de los alumnos, permitiéndoles aprovechar sus diferencias de estilos y favoreciendo el tránsito al modo de pensamiento analítico-estructural.

Palabras claves: Cónicas, OVA, estilos de aprendizaje, modos de pensamiento, Geogebra.

ABSTRACT: Teaching experiences in the subjects Analytic Geometry and Applied Mathematics of the Faculty of Technology and Applied Sciences (FTyCA) of the National University of Catamarca (UNCA) shows that in general, students reach an acceptable understanding of the equations about conical sections, but don't achieve a complete and structural learning of the theme, linking the different representation records. Moreover it is noticeable that they develop a learning based in rote procedures but not in a real understanding of each geometric object. Therefore this paper aims to design a didactic proposal for the study of conical sections through the use of VLOs (Virtual Learning Objects) considering the students' learning styles in the four different phases of the teaching learning process, and the modes of thinking in order to achieve a significant learning, using as a support tool the dynamic software Geogebra. For the educational innovative proposal, was followed the Barraza Macías model that comprises from the problem identification, the implementation through activities for concluding with the assessment proposal, and the expectation is that contributes for reaching a better performance in students, letting them take advantage of their different styles and modes of thinking.

Keywords: Conics, VLO, learning styles, modes of thinking, Geogebra.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la Matemática en general en el nivel superior se enfrenta a un problema generalizado en los estudiantes para el estudio y real comprensión de conceptos. Específicamente en el área de la Geometría Analítica les resulta compleja la comprensión y visualización de objetos propios de la asignatura, como por ejemplo las secciones cónicas. Las evidencias que surgen de las investigaciones a las que se hacen referencia en éste trabajo y las experiencias en la Cátedra correspondiente al primer año de las Carreras de Ingenierías de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la UNCA, reflejan que debido a

la diversidad y complejidad de la temática, al terminar de cursar la asignatura, en general, los estudiantes logran un manejo aceptable de las ecuaciones correspondientes a éstos objetos geométricos, pero no sucede lo mismo con la visualización de ellos. Incluso desarrollan un aprendizaje más basado en técnicas memorísticas o algorítmicas que desde la comprensión cabal de la temática y por lo tanto el nivel en el dominio de los conceptos no es el adecuado para las asignaturas de los cursos superiores.

De igual manera, podemos observar estas dificultades en los estudiantes de Arquitectura de la Facultad, que poseen dentro de su plan de estudio en el primer año la cátedra Matemática Aplicada

y por ello resultan ser importantes los conceptos y formas geométricas que son deseables que el alumno pueda incluir dentro de su formación.

1.1 Antecedentes

En este sentido diversas investigaciones confirman las dificultades en estudiantes ingresantes al nivel universitario [1] o la gran tendencia a llevar a cabo un enfoque conductista y mecanicista en la enseñanza generando deserción en varios programas académicos [2].

En relación a la utilización de objetos digitales de aprendizaje (ODA) se puede citar el trabajo de Campillo, Cafferata Ferri, Srouf y Bachur Solari [3], quienes afirman que la inclusión de los ODA, diseñados mediante un software dinámico como GeoGebra favorece la aprehensión de los conceptos matemáticos desde el punto de vista de la teoría de los registros de representación semiótica y de la teoría de la visualización. Sobre propuestas didácticas para la visualización de objetos en el espacio tridimensional, se recogen experiencias docentes de trabajo con cuádricas en aplicaciones a la Arquitectura [4].

Con referencia a la problemática del aprendizaje y específicamente a la forma como cada estudiante aprende, los psicólogos de la educación coinciden en señalar que las personas poseen diferentes estilos de aprendizaje. Resulta relevante entonces, considerar dichos estilos de aprendizaje para el diseño, ejecución y evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje, tema que ha sido abordado por numerosos autores.

En cuanto a los tipos de enfoque utilizados en la clase, en el trabajo de tesis de Pulido [5], se presenta una investigación sobre los estilos de aprendizaje del alumno y cómo, a través del conocimiento de las diversas formas para receptar la información, procesarla, utilizarla y finalmente realizar la socialización del aprendizaje, se propone definir metodologías de enseñanza atendiendo a la heterogeneidad de los mencionados estilos que poseen los estudiantes y que cubran la mayor cantidad de ellos.

Pérez, Aguilar, Aguirre y Romano [6] aseguran que muchos son los investigadores que postulan que el conocimiento de los estilos de aprendizaje le permite al educador adecuarse a las preferencias estilísticas del alumno y así seleccionar e implementar los métodos de enseñanza más adecuados. También le permite escoger los materiales para crear la zona confinada por aquellas estrategias que le son más habituales

al estudiante y por lo tanto, más fáciles de usar, logrando así estimular su aprendizaje y pudiendo además maximizar sus logros.

Por otro lado, existen diversos trabajos que se refieren a la teoría de los modos de pensamiento de Anna Sierpínska [7], donde se distinguen tres modos de pensamiento durante la construcción de un concepto matemático: los modos sintético-geométrico (SG), analítico-aritmético (AA) y analítico-estructural (AE). En ese sentido se puede citar el trabajo de Bonilla, Parraguez y Solanilla [8], en donde se diseña una propuesta didáctica exploratoria, con la convicción de que el aprendiz entiende las cónicas cuando transita entre los distintos modos de comprenderlas: SG (como figuras que las representan), AA (como pares ordenados que satisfacen una ecuación) y AE (como lugar geométrico).

Por lo antes expuesto, se pretende mostrar una secuencia didáctica que posibilite que el proceso de enseñanza y aprendizaje brinde los resultados esperados en los alumnos, mediante Objetos de Aprendizaje (OA) construidos a partir de un enfoque pedagógico e informático basado en el constructivismo, cumpliendo con los indicadores establecidos para la creación de OA. Por ello se plantea desarrollar y potenciar la visualización de las cónicas por medio del uso de objetos virtuales de aprendizaje (OVA).

Para desarrollar el trabajo final se tomará como caso de estudio la unidad correspondiente a las secciones cónicas de la Cátedra “Geometría Analítica” de las Carreras de Ingeniería y de la Cátedra “Matemática Aplicada” de la Carrera de Arquitectura de la FTyCA de la UNCA.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

De acuerdo a lo descripto precedentemente se plantea como objetivo general de este trabajo proponer una secuencia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante el uso de OVA, contemplando los estilos de aprendizaje y los modos de pensamiento de los alumnos, de modo que logren un aprendizaje significativo de la temática.

1.2.2 Objetivos específicos

Se definen los siguientes:

- Elaborar una secuencia didáctica sobre las cónicas que se adecúe a la heterogeneidad en los estilos de aprendizaje de los estudiantes.

- Implementar una estrategia didáctica que abarque los tres modos de pensamiento de Sierpinska [7] respecto a cómo el alumno procesa la información.
- Desarrollar una herramienta matemática utilizando el software dinámico GeoGebra que posibilite una mejor visualización y comprensión de las secciones cónicas.
- Proponer actividades para que los alumnos mediante el uso de los objetos virtuales fortalezcan el reconocimiento y sus habilidades para la gráfica de las cónicas.

1.3 Marco teórico

1.3.1 Estilos de aprendizaje

Esta propuesta didáctica se basa en el marco teórico propuesto por Pulido [5] donde se propone que las metodologías de enseñanza se adecúen a las diferencias que existen en los alumnos a la hora de aprender lo que les enseñamos.

Los estudiantes perciben y adquieren conocimientos, tienen ideas, piensan y actúan de manera distinta. Además tienen preferencias hacia una o más estrategias cognitivas que les ayudan a dar significado a una nueva información. Es por ello que cuando se aprende un nuevo concepto, las maneras de receptar e ingresar la información depende de cada aprendiz. Algunas personas pueden centrarse en los aspectos detallados, mientras que otras se centran en los aspectos generales. Algunas son más independientes y quieren aprender solas, mientras que otras prefieren estudiar con sus compañeros o cerca de sus profesores. Ciertos estudiantes prefieren leer o asistir a conferencias, mientras que otros prefieren realizar actividades prácticas [5].

De lo antes expuesto, surgen los diferentes estilos de aprendizaje que presenta el estudiante y que se definen como los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que a su vez son indicadores de la forma en que los alumnos perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje [9].

Los rasgos cognitivos tienen que ver con la forma en que los estudiantes estructuran los contenidos, forman y utilizan conceptos, interpretan la información, resuelven los problemas o seleccionan medios de representación (visual, auditivo y cinético). Los rasgos afectivos se vinculan con las emociones, las motivaciones y las expectativas que influyen en todo el aprendizaje. Los rasgos fisiológicos están relacionados con el biotipo y el biorritmo del estudiante.

En la propuesta de Pulido [5] además se pueden distinguir cuatro diferentes etapas que conforman el proceso de aprendizaje, las que se pueden observar en la Figura 1. La primera etapa correspondiente a la recepción e ingreso de la información. La segunda etapa sobre como el alumno procesa, organiza y relaciona la información. La tercera etapa sobre como utiliza la información. Y por último, la cuarta etapa respecto a la socialización del aprendizaje.

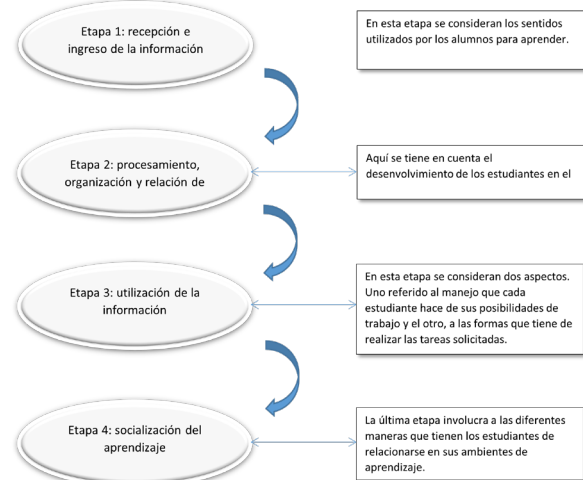


Figura 1: Etapas en el proceso de aprendizaje.
Fuente: adaptado de Pulido (2014)

1.3.2 Modos de pensamiento

El trabajo también se sustenta en los modos de pensamiento para conceptos del Algebra Lineal propuestos por Sierpinska [7], quién reporta tres modos de pensamiento: el pensamiento sintético-geométrico (SG) que implica descripciones geométricas para visualizar objetos matemáticos en un espacio de dos y tres dimensiones, el pensamiento analítico-aritmético (AA) que implica describir una configuración adecuada para llevar a cabo cálculos y especificar un objeto mediante una fórmula y el pensamiento analítico-estructural (AE) que implica describir un objeto matemático a través de sus propiedades.

1.3.3 Visualización matemática

Duval [10] sostiene que los objetos matemáticos solo son accesibles mediante sus respectivos registros de representación; siendo fundamental en el proceso de aprendizaje que los alumnos logren identificar un objeto matemático en diferentes marcos y de este modo coordinar dichos registros a través de actividades cognitivas de tratamiento y conversión.

Duval [10] diferencia visión de visualización. La visión es la percepción directa de un objeto espacial, necesita exploración mediante movimientos físicos del sujeto o del objeto que se mira, porque nunca da una aprehensión completa del objeto, mientras que la visualización es la representación semiótica de un objeto.

El uso de información visual en la enseñanza de las matemáticas puede servir de apoyo para mejorar la comprensión de conceptos en estudio. Es decir que la visualización se puede considerar como un componente fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, que puede ser potenciado con el uso de diferentes tecnologías, y en el caso de este trabajo el software GeoGebra, que permite vincular las representaciones algebraicas y geométricas de un objeto matemático favorecido por el carácter dinámico de este software.

1.3.4 Objetos virtuales de aprendizaje (OVA)

Con el auge de la globalización y las tecnologías digitales, los objetos virtuales de aprendizaje (también conocidos como objetos digitales de aprendizaje - ODA) constituyen una herramienta muy importante en el contexto educativo, ofreciendo la oportunidad de mejorar las prácticas docentes y los aprendizajes de los alumnos.

Tibaná [11] define los objetos digitales como un conjunto de recursos digitales, los cuales pueden reutilizarse en diversos contextos, y deben tener un propósito educativo. Los objetos digitales ayudan al aprendizaje de conceptos específicos, la ampliación, la mejora y la guía de procesos cognitivos de los estudiantes.

En este trabajo se pretende diseñar un OVA y a través de una secuencia de actividades adecuarlas a los estilos de aprendizaje teniendo en cuenta los modos de pensamiento. Y hacer lo mismo desde el lado de la evaluación para de esta manera aprovechar las fortalezas que presenta cada estilo manifestado en el estudiante.

MATERIALES Y MÉTODOS O METODOLOGÍA

2.1 Innovación educativa

Barraza Macias [12] formula un enfoque crítico progresista de la innovación educativa y a partir de allí la define como el proceso que involucra la selección, organización y utilización creativa de elementos vinculados a la gestión institucional, el

currículum y/o la enseñanza, siendo normal que una innovación educativa impacte en más de un ámbito, ya que suele responder a una necesidad o problema que regularmente requiere una respuesta integral.

Luego desde una perspectiva praxiológica identifica tres ámbitos donde se concretan las prácticas de innovación y que le dan su carácter: el de la gestión institucional, en cuyo caso hablamos de innovación institucional, el del currículum, donde nos referimos a la innovación curricular, y el de la enseñanza, donde hablamos de innovación didáctica y constituye el aspecto al que se refiere esta propuesta.

En el caso de la innovación didáctica, identifica tres tipos de prácticas que tienen que ver con momentos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje: las prácticas de planeación, las de intervención y las de evaluación didáctica.

También afirma que una solución es innovadora si cumple con los siguientes requisitos:

- Lo que se propone es algo nuevo en el contexto donde se va a aplicar, o se quiere adaptar de otros contextos.
- La solución promete una mejora de la situación del problema identificado.
- La solución implica necesariamente un cambio sobre lo que se venía haciendo en este aspecto.

De lo expuesto se puede afirmar que este trabajo cumple con los requisitos de una solución innovadora ya que propone nuevos métodos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las cónicas adaptado de otros contextos. También representa una mejora para el problema identificado y además en la forma de cómo se viene dando este contenido en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para llevar a cabo un proceso de innovación educativa, desde el modelo de resolución de problemas, normalmente se suele recurrir a las etapas, procedimientos y técnicas que proporciona la metodología de la investigación acción según el modelo de Barraza Macias [12]. De esta forma, tenemos las fases y momentos que se seguirían para desarrollar una innovación educativa:

- La fase de planeación comprende los momentos de elección de la preocupación temática, la construcción del problema generador de la innovación y el diseño de la propuesta de innovación/solución.
- La fase de implementación comprende los momentos de aplicación de las diferentes actividades que constituyen la propuesta de innovación/solución y la reformulación y/o adaptación de las diferentes actividades que

constituyen la propuesta.

- La fase de evaluación comprende los momentos de seguimiento de la aplicación de las diferentes actividades que constituyen la propuesta de solución/innovación y la evaluación general de la propuesta.

2.2 Recursos didácticos

Para llevar a cabo la propuesta de innovación didáctica se utilizarán los siguientes recursos:

- En clases teóricas se utilizarán como complemento presentaciones tipo power point utilizando proyector. También videos con simulaciones de casos.
- La visualización de las cónicas se realizará a través de applets utilizando el software dinámico GeoGebra. Se propondrán actividades para los alumnos.
- Se utilizará como complemento el Aula Virtual de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas: Moodle.
- El material didáctico constará de Guías de Trabajos Prácticos que se elaborarán con variedad de ejercicios teniendo en cuenta la aplicación de conceptos a problemas relacionados con la formación de Ingenieros o Arquitectos según la carrera de la que se trate.
- Se trabajará en clase haciendo uso de los siguientes elementos, algunos de ellos requeridos a los alumnos para favorecer el aprendizaje: elementos geométricos (regla, escuadra, compás, etc.), calculadora científica, internet, computadoras de escritorio, netbook o notebook con software Geogebra, apuntes bibliográficos. Como el trabajo será en grupo no es necesario que todos los alumnos dispongan de todos los recursos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Propuesta de innovación didáctica

3.1.1 Diseño de la propuesta de innovación didáctica

Para la construcción de la propuesta se tomó el modelo sobre modalidades de enseñanza de De Miguel Diaz [13].

La propuesta de innovación consiste en formular una secuencia didáctica del tema de las secciones cónicas para ser implementada teniendo en cuenta los estilos de aprendizaje y los modos de pensamiento de los alumnos, recurriendo para este propósito a la herramienta de software dinámico

Geogebra.

En base a las modalidades de enseñanza formuladas y recopiladas por De Miguel Diaz [13] en la Figura 2, se tomarán en cuenta algunas de ellas para la propuesta didáctica.

MÉTODOS DE ENSEÑANZA		
	Método	Finalidad
	Método Expositivo/Lección Magistral	Transmitir conocimientos y activar procesos cognitivos en el estudiante.
	Estudio de Casos	Adquisición de aprendizajes mediante el análisis de casos reales o simulados.
	Resolución de Ejercicios y Problemas	Ejercitar, ensayar y poner en práctica los conocimientos previos.
	Aprendizaje Basado en Problemas	Desarrollar aprendizajes activos a través de la resolución de problemas.
	Aprendizaje orientado a Proyectos	Realización de un proyecto para la resolución de un problema, aplicando habilidades y conocimientos adquiridos.
	Aprendizaje Cooperativo	Desarrollar aprendizajes activos y significativos de forma cooperativa.
	Contrato de Aprendizaje	Desarrollar el aprendizaje autónomo.

Figura 2: Métodos de enseñanza

Fuente: De Miguel Diaz, 2005, Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior

3.1.2 Planteamiento de actividades de la propuesta

Para llevar a cabo esta propuesta, tomando como punto de partida los objetivos específicos, se plantean en la Tabla I actividades relacionadas a cada estilo de aprendizaje y a los modos de pensamiento.

Tabla 1: Esquema de actividades propuestas.

<i>Etapas aprendizaje</i>	<i>Estilo predominante en cada alumno</i>	<i>Modo pensamiento que se pretende que predomine</i>	<i>Métodos de enseñanza a utilizar</i>
1-Recepción e ingreso de la información	Visual	Sintético geométrico/Analítico aritmético	Clase expositiva teórico práctica mediante uso del proyector mostrando la cónica, y cómo se realiza la gráfica a partir de sus elementos (estilo visual y modo SG).
	Auditivo	Sintético geométrico/Analítico aritmético	Explicación verbal detallada utilizando Geogebra. Proyección de video con ejemplos de cónicas en la vida cotidiana (estilo auditivo).
	Cinético	Analítico estructural	Sumado a los pasos anteriores, mostrar cómo se va realizando paso a paso la cónica a partir de la ecuación (estilo cinético y modo A.A). La realización de todas estas actividades para la etapa de recepción de la información, favorece el tránsito al modo analítico estructural (AE).
2-Procesamiento, organización y relación de la información	Global	Sintético geométrico	Estudio de casos: trabajo sobre modelos de cónicas existentes, partir de la gráfica y de la definición de sus elementos, llegar al planteamiento de su ecuación canónica o general (estilo global y modo SG).
	Analítico	Analítico aritmético	Resolución de ejercicios y problemas: en base a la definición formal de la cónica, mostrar cada uno de los elementos constitutivos en forma separada y luego solicitar la realización de la gráfica (estilo analítico y modo AE).
		Analítico estructural	También ambas metodologías favorecen el tránsito al modo analítico estructural (AE).
3-Utilización de la información	A-Manejo de sus posibilidades:	Interviene el modo de pensamiento Analítico Estructural	Estudio de casos: Trabajo integrador en grupo donde deberán proponer una figura cónica a estudiar, a partir de observaciones de formas físicas o materiales de la vida cotidiana, para la cual deberán obtener su ecuación y todos sus elementos a partir del trabajo con Geogebra. Creación de ejemplos implementando lo aprendido. En el grupo puede haber alumnos con estilo intuitivo y/o concreto y el objetivo es lograr una complementación a la hora de trabajar, aprovechando los beneficios de cada estilo.
	Intuitivo		
	Concreto		
3-Utilización de la información	B-Formas de realizar las tareas:	Interviene el modo de pensamiento Analítico Estructural	- Resolución de ejercicios y problemas : creación en forma dinámica de una cónica en Geogebra siguiendo pautas precisas y detalladas para la misma. Creación de ejemplos implementando las técnicas observadas (estilo resolutivo). También se permitirá la propia creación de la figura cónica mediante el software de acuerdo a como el alumno lo prefiera siempre y cuando corresponda con el modelo matemático (estilo abierto).
	Resolutivo		
4-Socialización del aprendizaje	Abierto	Interviene el modo de pensamiento Analítico Estructural	-Aprendizaje cooperativo: Realización de puesta en común con pautas precisas sobre cónica desarrollada en Geogebra. La comunicación del grupo también será elegida por el grupo. Plenario. Contrato de aprendizaje: Desarrollar el trabajo autónomo.
	Extrovertido		
	Introvertido		

3.1.3 Propuesta de secuencia didáctica

Cantidad de clases destinadas para la propuesta:
se desarrollará en 4 clases teórico prácticas

presenciales, donde el enfoque estará puesto en el trabajo con las cónicas, más el cumplimiento de un tiempo de forma virtual y actividades extra clase totalizando 20 hs. reloj.

1° clase:

Contenido a trabajar: las secciones cónicas como intersección de un cono y un plano.

Estrategias a utilizar:

- Clase expositiva teórico práctica.
- Utilización de recurso audiovisual para mostrar ejemplos de cónicas en la vida cotidiana.
- Utilización de software Geogebra para mostrar la obtención de cada una de ellas.
- División por grupos para trabajar en las siguientes clases cada una de las cónicas.

Recursos didácticos:

- Pizarra y marcadores.
- Elementos geométricos: regla, escuadra, compás, etc.
- Calculadora científica.
- Internet.
- Proyector.
- Computadoras de escritorio, netbook o notebook con software.
- Videos con simulaciones de casos.
- Parlantes.

2° y 3° clase:

Contenidos a trabajar:

- 2° clase: circunferencia y parábola.
- 3° clase: elipse e hipérbola.

Estrategias a utilizar:

- Clase expositiva teórico práctica.
- Aprendizaje cooperativo.
- Contrato de aprendizaje.
- Estudio de casos.
- Resolución de ejercicios y problemas.

Aprendizaje cooperativo:

Este método pedagógico consiste en promover el aprendizaje a través de la socialización de los estudiantes

1. Se dividirá la clase en grupos pequeños pero heterogéneos.
2. Se pedirá a cada grupo una tarea académica sobre una cónica diferente en cada caso.
3. Las tareas se referirán al trabajo con los métodos de estudio de casos y resolución de ejercicios y problemas que se describen en los trabajos prácticos sugeridos.

Ejercicio práctico de un estudio de casos:

1. Observar figuras cónicas en la rutina del día a día, ya sea en objetos o cualquier forma física en general. El objeto debe provenir del contacto con la vida real y de experiencias concretas y personales de alguien. Debe estimular la

curiosidad e invitar al análisis.

2. Tomar fotos de la forma física elegida como en el ejemplo de la Figura 3.



Figura 3: Ejemplo de fotografía de una parábola

3. Describir al objeto. La descripción del mismo debe ser clara y comprensible.
4. Realizar la gráfica en su cuaderno, situándola en el sistema de coordenadas cartesianas a una escala adecuada.
5. Luego proceder a realizar la gráfica en Geogebra, definiendo sus elementos.
6. Obtener las coordenadas de sus elementos e inferir sus características y su ecuación canónica.
7. Comunicar eficazmente la producción obtenida mediante un reporte final, dando participación a todo el grupo.

Resolución de ejercicios y problemas:

1. Dada la ecuación de la cónica, ya sea en su forma general o canónica, realizar la interpretación de la misma de acuerdo a sus elementos.
2. Definir el tipo de cónica y sus características.
3. Definir los elementos constitutivos de la cónica, ya sea con sus ecuaciones o coordenadas.
4. Ingresar todos los elementos en Geogebra.
5. Utilizar eficientemente las herramientas de la vista algebraica, gráfica y las entradas de funciones y ecuaciones del software.
6. A partir de ello, realizar el trazado de la gráfica en el software.
7. Manejar dinámicamente las construcciones gráficas y las diferentes formas de visualización de objetos a través de deslizadores, animaciones, casillas de entrada, etc.

Contrato de aprendizaje:

Para desarrollar el trabajo autónomo en los estudiantes se solicitará también la presentación de un trabajo individual donde para el estudio de las secciones cónicas y su reconocimiento puedan observarlas dentro de diferentes formas cuádricas en Geogebra. Se instará al alumno que investigue

utilizando diferentes fuentes y que mediante el uso de mail o foro del Aula Virtual realice las consultas necesarias para desarrollar el trabajo y lograr un aprendizaje significativo.

Ejercicio práctico:

1. Se asignará de forma aleatoria una figura cuádrica a estudiar (esfera, elipsoide, hiperboloide, paraboloide, etc.) con su correspondiente ecuación canónica.
2. Graficar dicha figura cuádrica en Geogebra.
3. Mediante planos paralelos a los planos coordenados, identificar las figuras planas cónicas que quedan descriptas.
4. Inferir sus características y tipo de cónica.

4º clase: Evaluación

Contenidos a trabajar: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola

Estrategias a utilizar:

1. Instrumentos de evaluación continua durante el desarrollo de las clases.
2. Comunicación de las producciones obtenidas mediante reportes, gráficos, informes o a través del software Geogebra.
3. Evaluación final para acreditación.
4. Utilización del Aula virtual.

3.2 Implementación de la evaluación

3.2.1 Estructura

El facilitador monitoreará la ejecución de cada actividad planteada en la propuesta de innovación didáctica durante el desarrollo de las mismas y se irá realizando una evaluación del proceso, atendiendo a las diferencias del grupo en cuanto a los estilos de aprendizaje.

Sobre el final los participantes expondrán sus observaciones y análisis sobre el modelo concluido, los comentarios didácticos recibidos y de eventual aplicación volcando los mismos en un documento final con defensa del mismo.

Finalizada la instancia presencial, los participantes deberán elaborar una actividad evidenciando de este modo la incorporación del tema de las cónicas junto a las principales potencialidades del software Geogebra y profundizar su conocimiento en forma autónoma. Contarán además con asistencia on line.

La evaluación será de tipo ponderativa en base al informe final, defensa del mismo y parámetros como participación, trabajo en equipo, asistencia y aplicaciones desarrolladas. Se requerirá un mínimo porcentaje del 70% para dar por aprobado el tema, con la posibilidad de una instancia

recuperatoria del mismo.

Por ello la propuesta de evaluación durante todo el proceso teniendo en cuenta la temporalidad de la misma será la siguiente:

Evaluación inicial: mediante una modalidad grupal, escrita, proporcionando algún material seleccionado y de tipo presencial, se le pedirá la realización de ejercicios prácticos sobre una base de selección de los contenidos básicos que son necesarios para el cursado de la materia a efectos de realizar los correspondientes ajustes en la enseñanza. Éste tipo de evaluación por su funcionalidad es de tipo diagnóstica y cuenta con retroalimentación, con un tipo de calificación aprobado o desaprobado, pero se le indicará al alumno los puntos o contenidos débiles que necesita trabajar y reforzar para contar como base de forma tal de alcanzar los objetivos del curso.

Evaluación procesual: se realizarán los trabajos prácticos propuestos por la Cátedra y se tomarán exámenes parciales escritos mediante una modalidad mixta, con variedad de ejercicios para abarcar a los diferentes estilos de aprendizaje, con un tipo de calificación numérica ponderativa de acuerdo a los criterios solicitados. Por su funcionalidad es una evaluación de tipo formativa, con calificación final y cuenta con retroalimentación.

Evaluación final: como la materia es promocionable, la evaluación final será de tipo integral y sumativa con un tipo de programa combinado, de acuerdo a la misma modalidad e instrumentos utilizados durante la etapa formativa. También se realizará una Evaluación de portafolio, que consiste en recoger producciones de los alumnos sobre los contenidos enseñados. Ésta propuesta de evaluación será utilizando el software Geogebra y de tipo domiciliaria, en la cual los alumnos deberán presentar en grupo un trabajo de aplicación, de alguna de las categorías conceptuales abordadas durante el desarrollo del curso, a su incumbencia profesional.

3.2.2 Programación de las actividades de evaluación

En la Tabla II se muestran para cada etapa del proceso de evaluación según su temporalidad y funcionalidad, las actividades que se llevarán a cabo y que fueron explicadas en el capítulo anterior del presente trabajo, y los instrumentos de evaluación que se utilizarán.

Tabla 2: Esquema de actividades de evaluación propuestas.

<i>Etapas</i>	<i>Actividades</i>	<i>Instrumentos de Evaluación</i>
Según la temporalidad de la evaluación, de tipo inicial. Según su funcionalidad, es de tipo diagnóstica.	Aprendizaje cooperativo	Puesta en común del aprendizaje cooperativo.
Según la temporalidad de la evaluación, de tipo procesual.	Clase de consulta obligatoria. Contrato de aprendizaje.	Trabajos Prácticos
Según su funcionalidad, es de tipo formativa.	Estudio de casos. Resolución de ejercicios y problemas.	Exámenes parciales
Según la temporalidad de la evaluación, de tipo final.	Informe final.	Examen Final.
Según su funcionalidad, es de tipo sumativa.	Defensa grupal. Plenario de integración.	Defensa oral.

3.2.3 Criterios o indicadores de evaluación

Para determinar los criterios de evaluación se utilizó la tipología de la práctica evaluativa de Casanova [14][15], donde se define el normotipo como la clasificación de los tipos de referencias o criterios que subyacen a las interpretaciones, en términos de si tales referencias o criterios son externos o internos al propio estudiante o persona sujeta a la evaluación. La evaluación nomotética cuyo referente es externo puede ser referida a una norma la cual depende de la población o grupo del cual forma parte el sujeto evaluado, o bien a un criterio establecido en algún programa educativo formal. (p. 3-4)

Por ello los instrumentos de evaluación, se encuadran de acuerdo a su normotipo en una tipología nomotética criterial, debido a que se hace una formulación previa de objetivos educativos y de los criterios de evaluación que los delimitan claramente y se compara el rendimiento de los alumnos con dichos criterios.

Por lo tanto, es necesario definir y delimitar dichos criterios o indicadores de evaluación que serán los parámetros externos para obtener información sobre el desempeño de los estudiantes. A continuación se mencionan los mismos:

1. Interpretación correcta de los ejercicios asignados tanto en los trabajos prácticos como en las evaluaciones parciales y finales.
2. Reconocimiento de los procedimientos matemáticos para resolver las consignas.
3. Cohesión, coherencia interna de la lógica matemática en las resoluciones prácticas que permitan visualizar su significatividad y funcionalidad.

4. Aplicación de fórmulas, ecuaciones y funciones adecuadamente para resolver los diferentes ejercicios de aplicación relacionados a su incumbencia profesional.
5. Capacidad para utilizar diferentes métodos para resolver un ejercicio asignado.
6. Análisis correcto de los procedimientos analíticos y su correspondiente relación con las formas gráficas de las figuras geométricas cuando aplique el caso.
7. Manejo adecuado de las figuras geométricas que se estudien tanto en el logro de gráficas apropiadas como en la ubicación de cada uno de los elementos que las componen.
8. Utilización correcta de definiciones, propiedades, invariantes para la identificación y construcción de una cónica (modo de pensamiento analítico estructural).
9. Participación en clase demostrando interés y voluntad en las consignas de aprendizaje y realización de las consignas en forma oral cuando se requieran.
10. Respeto a las normas de convivencia en el aula y en el trato con el docente y los alumnos.

CONCLUSIONES

Es posible afirmar que mediante el presente trabajo se pudo dar cumplimiento a los objetivos planteados en la introducción del mismo.

Respecto al primer objetivo específico, se propuso una secuencia didáctica innovadora con diversas actividades para cubrir los diferentes estilos de aprendizaje de los alumnos. Es decir, a partir del momento que receptan e ingresan los contenidos pasando por la etapa de procesamiento y organización, más tarde de utilización de la información hasta la instancia de socialización de la misma. Se buscó a través de otros enfoques metodológicos de enseñanza, más allá de la típica clase magistral, ofrecer a los estudiantes diferentes tipos de actividades para potenciar su aprendizaje en adecuación a cada estilo predominante.

Respecto al segundo objetivo específico, la secuencia didáctica propuesta busca además posibilitar en el aprendizaje el tránsito de los modos de pensamiento sintético geométrico y analítico aritmético, al modo analítico estructural a través del cual se logra una comprensión más integral y profunda de los conceptos, en este caso en el aprendizaje de las secciones cónicas. Este objetivo se logra mediante el uso de los objetos virtuales de aprendizaje (OVA) como lo es el software de geometría dinámico Geogebra que se

utiliza en el trabajo con los alumnos.

El tercer objetivo justamente consistió en diseñar una herramienta matemática utilizando el software dinámico GeoGebra a efectos de mostrar y ejemplificar a través de la misma como el uso de software específico y herramientas computacionales puede facilitar al alumno la comprensión de las figuras cónicas, sus elementos constitutivos, sus ecuaciones y los diferentes tipos, de acuerdo a las posiciones de estas en el plano. Además permite al alumno realizar por su cuenta las actividades mediante el software y que sea una experiencia de aprendizaje significativo, siendo este el cuarto objetivo específico del trabajo en estrecha relación con el anterior.

En relación a los objetivos específicos antes mencionados se puede afirmar que se logró cumplir con el objetivo general en el cual se planteó proponer una secuencia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante el uso de OVA, contemplando los estilos de aprendizaje y los modos de pensamiento de los alumnos, de modo que logren un aprendizaje significativo de la temática.

Podemos citar a De Miguel Diaz [13] quien señala que “la única forma de conseguir de los estudiantes un aprendizaje de calidad es enfrentándoles a situaciones en las que tienen que aplicar los nuevos conocimientos para la solución de problemas realistas, tomar decisiones y aprender de forma autónoma, reflexiva y crítica.”

Por ello es posible expresar que la secuencia didáctica propuesta puede ayudar a mejorar el desempeño de los estudiantes que cursan el primer año de sus carreras, en el estudio de las cónicas. Como se mencionó en capítulos anteriores, en muchas ocasiones el nivel de conocimiento de etapas de formación previa no es suficiente para el logro de los objetivos que se plantean en las asignaturas además del gran número de alumnos y heterogeneidad de los grupos en una clase. En este trabajo se busca tener en cuenta la diversidad de estilos de aprendizaje en los estudiantes y los modos de pensamiento involucrados en el proceso integral de enseñanza y aprendizaje.

Una propuesta para la continuación de esta línea en el trabajo presentado sería realizar una investigación con el objetivo de conocer los estilos de aprendizaje predominantes en los estudiantes, trabajando actividades mediante otros recursos tecnológicos desde un enfoque por competencias y llevando a cabo la evaluación desde este enfoque. Actualmente la educación avanza hacia un currículum centrado en el desarrollo de

competencias lo cual supone pensar, a partir de qué contenidos y estrategias metodológicas se deben promover el desarrollo de un conjunto de capacidades, habilidades, destrezas y tonalidades afectivas [16], que representan las competencias que los estudiantes adquieren en las asignaturas. Además significa una transición de un modelo educativo centrado en la enseñanza a otro centrado en el aprendizaje y la búsqueda de la funcionalidad de dicho aprendizaje.

REFERENCIAS

- [1]M. A. Vega Urquieta, J. Carrillo Yañez, y J. Soto Andrade, Análisis según el modelo cognitivo APOS del aprendizaje construido del concepto de la derivada. *Boletim de Educação Matemática*, 28 (48), 403-429, 2014.
- [2]C. A. Ortiz y F. A. Simanca, Enseñanza de la derivada mediada por objetos de aprendizaje / Derived teaching mediated learning objects. *Revista vínculos*, 13(2), 6-20, 2016.
- [3]A. Campillo, S. Cafferata Ferri, Y. Srouy y A. Bachur Solari, Cambio de variables en integrales dobles y triples utilizando Geogebra. *ReTyCa*, 2(3), 6-14, ISSN: 2525-2097, 2018
- [4]J. Marín Molina, Transformando Cuádrículas Regladas. *Pensamiento Matemático*, 2(2), 13-24, 2012.
- [5]M. Pulido, *Estilos de aprendizaje y metodología de enseñanza adecuados para mejorar el proceso educativo*, 2014.
- [6]Pérez, Aguilar, Aguirre y Romano, Learning styles and career choice. VIII Latin American ESP Colloquium. Salta, Argentina. FAAP: Federación Argentina de Asociaciones de Profesores de Inglés, 2003.
- [7]A. Sierpínska, On some aspects of students' thinking in linear algebra *In On the teaching of linear algebra*, 209-246. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000.
- [8]D. Bonilla, M. Parraguez, y L. Solanilla, *Las cónicas: una propuesta didáctica desde la teoría de los modos de pensamiento*, 2014.
- [9]C. Alonso, J. Domingo, y P. Honey. *Los estilos de aprendizaje: procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao: Editorial Mensajero, 2000.
- [10]R. Duval, Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Hitt F. (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173–201. México. Cinvestav, 1998.
- [11]G. Tibaná, Gestión de contenidos educativos en educación superior, Disponible en: http://portales.puj.edu.co/javevirtual/portal/Documentos/Publicaciones/Publicacion_2009.pdf, 2009.

puj.edu.co/javevirtual/portal/Documentos/Publicaciones/Publicacion_2009.pdf, 2009.

- [12]A. Barraza Macías, La ruta metodológica para la construcción de proyectos de innovación. Cómo elaborar proyectos de innovación educativa. Durango, Dgo. México. ISBN: 978-607-95185-5-4, 2013.
- [13]M. De Miguel Díaz, Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior. España: Universidad de Oviedo, 2005.
- [14]M.A. Casanova, *Manual de Evaluación educativa*. 9º ed. Madrid, España, Editorial la Muralla, S. A., 2007.
- [15]Y. Leyva Barajas, *Evaluación del aprendizaje: una guía práctica para profesores*, 2010.

Se terminó de imprimir en los Talleres Gráficos
de la Editorial Científica Universitaria
Secretaría de Investigación y Posgrado
Universidad Nacional de Catamarca
Julio 2025